සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2014 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස් :

※ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;

A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).

※ **A කොටස:**

සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.

※ **B කොටස:**

ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.

※ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

※ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස, පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවෙනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. සාධකවලට වෙන් කරන්න: $x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3(x-y)$.

2. කිසියම් $n\in\mathbb{Z}$ සඳහා $x=5^n y$ නම්, xRy මගින් $\mathbb{Z}$ මත R සම්බන්ධයක් අර්ථ දක්වා ඇත. R තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව සාධනය කර, 2 හි තුල්‍යතා පන්තිය ලියා දක්වන්න.

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. $k \in \mathbb{R}$ යැයි ද $x \neq -\frac{5}{2}$ සඳහා $f(x) = \frac{7}{2x+5} + k$ යැයි ද ගනිමු. $(f \circ f)(1) = k + \frac{1}{3}$ නම්, k හි අගය සොයන්න.

k හි මෙම අගය සඳහා f හි ප්‍රතිලෝමය f^{-1} සොයන්න.

4. $A \equiv (\lambda, 3)$, $B \equiv (\lambda+1, -4)$ හා $C \equiv (\lambda+4, \lambda+6)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 16 කි. නිශ්චායකයක් ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය ලියා දක්වා, **ඒ නයින්** λ හි අගය සොයන්න.

5. $P \equiv (a\cos\theta, b\sin\theta)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ ඉලිප්සයට ඇති ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය $-\dfrac{b}{a}\cot\theta$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq n\pi$ වේ. P හි දී ඉලිප්සයට ඇති අභිලම්බය x-අක්ෂය සමග ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(\lambda, 0)$ වේ නම්, λ හි අගය සොයන්න.

6. $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}, & x<2 \text{ නම්,} \\ x^2 + ax + b, & 2 \leq x \leq 4 \text{ නම්,} \\ bx + a, & x>4 \text{ නම්,} \end{cases}$$

යැයි ගනිමු; මෙහි a හා b තාත්ත්වික නියත වේ. f ශ්‍රිතය $\mathbb{R}$ මත සන්තතික බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

[පස්වෙනි පිටුව බලන්න.

7. $f(x) = \begin{cases} -2x-2, & x \le 0 \text{ නම්,} \\ 2x-2, & x > 0 \text{ නම්,} \end{cases}$

යැයි ගනිමු. $x = 0$ හි දී $f(x)$ අවකල්‍ය නොවන බව පෙන්වා, $x \neq 0$ සඳහා $f'(x)$ ලියා දක්වන්න.

8. $x > 0$ සඳහා $x^2 \dfrac{dy}{dx} = (1+y)\ln x$ බව හා $x = 1$ විට $y = 0$ බව දී ඇත. x ඇසුරෙන් y සොයන්න.

9. f යනු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(-x) = f(2x)$ තෘප්ත කරන $\mathbb{R}$ මත සන්තතික ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ යැයි ද ගනිමු. $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(-x) = -\frac{1}{2}g(2x)$ බව පෙන්වන්න.

10. ධ්‍රැවක සමීකරණය $r = 4\cos\theta$ යන්න වෘත්තයක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වා, ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}\right)$ වූ ලක්ෂ්‍යය හරහා මෙම වෘත්තයට ඇති ස්පර්ශක රේඛාවේ ධ්‍රැවක සමීකරණය සොයන්න.

* *

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2014 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) A, B හා C යනු S සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක වීජයේ නියමයන් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

(i) $A \cup B \subseteq A \cap B$ නම්, $A = B$ බව,

(ii) $(A \cap B') \cup (A' \cap B) \cup (A \cap B) = A \cup B$ බව

සාධනය කරන්න.

(*b*) ආපන ශාලාවක පාරිභෝගිකයන් 525 ක ගේ සමීක්ෂණයකින් මාළු, බිත්තර හා එළවලු යන දිවා ආහාර පැකට් වර්ග තුනකින් පාරිභෝගිකයන් 185 ක් මාළුවලට කැමති බව, 195 ක් බිත්තරවලට කැමති බව, 210 ක් එළවලුවලට කැමති බව, 148 ක් මාළුවලට කැමති නමුත් බිත්තරවලට අකමැති බව, 141 ක් බිත්තරවලට කැමති නමුත් එළවලුවලට අකමැති බව, 140 ක් එළවලුවලට කැමති නමුත් මාළුවලට අකමැති බව හා 72 ක් මෙම වර්ග තුනෙන් එකකටවත් කැමති නැති බව පෙන්වා ඇත.

(i) හරියටම වර්ග දෙකකට

(ii) හරියටම වර්ග එකකට

(iii) මාළුවලට පමණක්

කැමති පාරිභෝගිකයන් ගණන සොයන්න.

12. (*a*) a, b, c හා d ධන සංඛ්‍යා යැයි ගනිමු.

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ පෙන්වා,

$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \geq 4abcd$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

පහත එක එකක් පෙන්වන්න:

(i) $(a^2 + c^2)^2 + (b^2 + d^2)^2 \geq 2(ac + bd)^2$,

(ii) $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \leq 4$ නම්, $\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4} + \frac{1}{c^4} + \frac{1}{d^4} \geq 4$,

(iii) $(1 + a^2)^2 + (1 + b^2)^2 + (1 + c^2)^2 + (1 + d^2)^2 \geq 4(1 + ab)(1 + cd)$.

(*b*) a, b හා c තාත්ත්වික නියත වන $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ පරිණාමනය, $(2, 1)$ ලක්ෂ්‍යය $(3, 5)$ ලක්ෂ්‍යයට ද $y = 2x$ රේඛාව $y' = \frac{1}{3}x'$ රේඛාවට ද අනුරූපණය කරයි. a, b හා c හි අගයන් සොයන්න.

ඉහත පරිණාමනය යටතේ $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ වෘත්තයේ ප්‍රතිබිම්බයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

[අටවන පිටුව බලන්න.

13. (*a*) $\omega = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ යැයි ගනිමු. $\omega^3 = -1$ බව පෙන්වා $\omega^2 - \omega + 1 = 0$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

ඒ නයින්, $\dfrac{3 - 2\omega + 2\omega^2}{(3 + \bar{\omega} - \bar{\omega}^2)^2} = \dfrac{1}{16}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ නම්, ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා $z^n + \dfrac{1}{z^n} = 2\cos n\theta$ හා $z^n - \dfrac{1}{z^n} = 2i\sin n\theta$ බව පෙන්වන්න.

$\left(z - \dfrac{1}{z}\right)^4 \left(z + \dfrac{1}{z}\right)^2$ යන ගුණිතය සලකා බැලීමෙන්,

$\sin^4\theta\cos^2\theta = a + b\cos 2\theta + c\cos 4\theta + d\cos 6\theta$ වන පරිදි a, b, c හා d තාත්වික නියතයන්හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\cos 6\theta = 2\cos 4\theta + \cos 2\theta - 2$ සමීකරණය විසඳන්න.

14. (*a*) $y = x^2$ හා $y = 2x - x^2$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් ඒවායෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයන්හි ඛණ්ඩාංක දක්වමින් එක ම රූපසටහනක අඳින්න.

$y = x^2$ හා $y = 2x - x^2$ යන වක්‍ර මගින් පර්යන්තගත පෙදෙස $y-$ අක්ෂය වටා සෘජු කෝණ 4 කින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. එමගින් ජනනය වූ ඝන වස්තුවෙහි පරිමාව සොයන්න.

(*b*) $\alpha, \beta, \omega \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $y = \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ යන්න $\dfrac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$ අවකල සමීකරණයේ විසඳුමක් බව පෙන්වන්න.

(*c*) $x = 1$ විට $y = 1$ යන තත්ත්වය සපුරාලන $x > 0$ සඳහා $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = e^x$ යන අවකල සමීකරණයේ විසඳුම සොයන්න.

15. (*a*) $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x^2+1)^n}\,dx$ යැයි ගනිමු.

$I_1 = \dfrac{\pi}{4}$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $2n\,I_{n+1} - (2n-1)I_n = \dfrac{1}{2^n}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, I_4 හි අගය සොයන්න.

(*b*) $|x| < \dfrac{\pi}{6}$ සඳහා $y = \ln\left(\dfrac{1}{2}\cos 3x\right)$ යැයි ගනිමු. $\dfrac{d^4y}{dx^4} + 2\left(\dfrac{dy}{dx}\right)\left(\dfrac{d^3y}{dx^3}\right) + 2\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, x^4 හි පදය දක්වා එයත් ඇතුළත්ව y හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය x ඇසුරෙන් ලබා ගන්න. ඉහත ප්‍රසාරණයෙහි $x = \dfrac{\pi}{9}$ භාවිතයෙන්, $\ln 2$ සඳහා ආසන්න අගයක් π ඇසුරෙන් සොයන්න.

[නමවන පිටුව බලන්න.

16. (a) $x^2 + y = 10$ පරාවලයේ ශීර්ෂය වන A හි හා නාභිය වන B හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
ඉලිප්සයක නාභි දෙක O මූලය හා B ලක්ෂ්‍යය වේ. මෙම ඉලිප්සයේ එක් ශීර්ෂයක් A ලක්ෂ්‍යය වේ. ඉලිප්සයේ සමීකරණය සොයන්න.

(b) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ බහුවලයට $P \equiv (a\sec\theta, b\tan\theta)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී වූ ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $\dfrac{x}{a}\sec\theta - \dfrac{y}{b}\tan\theta = 1$ බව පෙන්වන්න.
Q හා R යනු P හි දී වූ ඉහත ස්පර්ශකයට $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ බහුවලයෙහි ස්පර්ශෝන්මුඛ හමු වන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. Q හා R හි ඛණ්ඩාංක සොයා P යනු QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය බව **අපෝහනය** කරන්න.

17. (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{\sin x - \sqrt{2}}{\cos x - \sqrt{2}}$ යැයි ගනිමු.

(i) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $2 - \sqrt{3} \le f(x) \le 2 + \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $[0, 2\pi]$ ප්‍රාන්තරය තුළ $f'(x) = 0$ සමීකරණයෙහි විසඳුම් සොයන්න.

(iii) $[0, 2\pi]$ ප්‍රාන්තරය තුළ $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) පහත සඳහන් වගුවෙන් $x = 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ සඳහා දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදි ව $f(x) = e^{-x^2}$ ශ්‍රිතයෙහි අගයන් දෙනු ලැබේ:

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0
$f(x)$	1	0.779	0.368	0.105	0.018

ඉහත වගුවෙහි දී ඇති අගයන් සමග සිම්සන් නීතිය භාවිතයෙන්, $y = e^{-x^2}$, $x = 0$, $x = 2$ හා $y = 0$ වක්‍ර මගින් පර්යන්තගත වර්ගඵලය සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

* * *

AL/2014/11/S-II

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2014 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස, පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.
- සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.
- g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය II

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවෙනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය හතරක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින්, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ හා $\lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j} + (1 - \lambda - \mu)\,\mathbf{k}$ වේ; මෙහි λ හා μ නියත වේ. OD රේඛාව ABC තලයට ලම්බ වන පරිදි λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

2. $\mathbf{F}_1 = \alpha\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $\mathbf{F}_2 = 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ බල දෙකක් පිළිවෙළින් $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $\overrightarrow{OB} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ පිහිටුම් දෛශික සහිත A හා B ලක්ෂ්‍යයන් හි දී ක්‍රියා කරයි; මෙහි α යනු නියතයකි. ඒවායේ ක්‍රියා රේඛාවල සමීකරණ ලියා දක්වන්න. **ඒ නයින්**, බල දෙක ඒකතල වන පරිදි α හි අගය සොයන්න.

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක් හා ආධාරකයේ අරය a ද උස ka ද වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත කේතුවක්, තල මුහුණත් දෙක සමපාත වන පරිදි දෘඪව සවි කිරීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවක් සාදනු ලබයි; මෙහි k නියතයකි. අර්ධ ගෝලය හා කේතුව එක ම ρ ඝනත්වයෙන් යුක්ත වේ. සංයුක්ත වස්තුව එහි සමමිතික අක්ෂය සිරස්ව, 2ρ ඝනත්වයක් සහිත ද්‍රවයක සමතුලිතව පාවෙන්නේ අර්ධ ගෝලය පමණක් මුළුමණින්ම ද්‍රවයේ ගිලී ඇති පරිදි ය. k හි අගය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. කාලය t හි දී P අංශුවක ත්වරණය $\mathbf{a}(t) = 6t\mathbf{i} + 12t\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ මගින් දෙනු ලැබේ. කාලය $t = 0$ හි දී P හි පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ වන අතර එහි ප්‍රවේගය $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ වේ. කාලය $t = 1$ හි දී P හි පිහිටුම් දෛශිකය $3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5. ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක් එක එකක ස්කන්ධය m වූ Q හා R අංශු දෙකකට, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තු යම්තම් ඇදී ඇතිව හා $Q\hat{P}R = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි පද්ධතිය සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. $\overrightarrow{QP}$ සමග $\frac{\pi}{4}$ කෝණයක් සාදන දිශාවට විශාලත්වය I වූ ආවේගයක් P අංශුවට දෙනු ලැබේ. ආවේගයට මොහොතකට පසු P අංශුවේ වේගය $\frac{I}{3m}$ බව පෙන්වන්න.

6. දිග $4a$ හා ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩකට $AC = a$ වන පරිදි වූ C ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ යන සුමට තිරස් අක්ෂයක් වටා සිරස් තලයක භ්‍රමණය වීමට නිදහස ඇත. AB තිරස්ව ඇතිව දණ්ඩ නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. AB දණ්ඩ සිරස් වන විට එහි කෝණික වේගය $\sqrt{\frac{6g}{7a}}$ බව පෙන්වන්න.

7. X සසම්භාවී විචල්‍යයකට, k නියතයක් වූ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & ; \ 1 \le x < 2, \\ k(5-x) & ; \ 2 \le x \le 5, \\ 0 & ; \ \text{අනෙක් විට,} \end{cases}$

මගින් දෙනු ලබන සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය ඇත.

(i) k හි අගය (ii) X හි අපේක්ෂිත අගය, $E(X)$ සොයන්න.

$E(7X-3)$ හි අගය **අපෝහනය** කරන්න.

8. X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයට, k ධන නියතයක් වූ, $F(x) = \begin{cases} 0 & ; \ x = 0, \\ \frac{(x+k)^2}{16} & ; \ x = 1, 2, 3, \\ 1 & ; \ x > 3, \end{cases}$

මගින් අර්ථ දක්වා ඇති සමුච්චිත ව්‍යාප්ත ශ්‍රිතය ඇත.

(i) k හි අගය, (ii) $F(2.6)$ හා (iii) X හි සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය සොයන්න.

9. නගරයක පදිංචිකරුවන්ගෙන් 30% ක් ප්‍රාදේශීය ගුවන් විදුලියට සවන් දෙති. පදිංචිකරුවන් දහදෙනකු සසම්භාවීව තෝරා ගනු ලබයි. එම අයගෙන් අඩු තරමින් දෙදෙනෙක් ප්‍රාදේශීය ගුවන් විදුලියට සවන් නොදීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (ඔබේ පිළිතුර සුළු කිරීම අවශ්‍ය නැත.)

10. X සසම්භාවී විචල්‍යය මධ්‍යන්‍යය 24 හා විචලතාව σ^2 ඇතිව ප්‍රමතව ව්‍යාප්තව ඇත. $P(X > 30.56) = 0.05$ බව දී ඇත්නම්, (i) σ හි අගය හා (ii) $P(X < 20)$ සොයන්න.

* *

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2014 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. බල පද්ධතියක් O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් $\overrightarrow{OA_s} = \mathbf{r}_s$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත A_s ලක්ෂ්‍යවල ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}_s$ බලවලින් සමන්විත වේ; මෙහි $s = 1, 2, \ldots, n$ වේ. $\mathbf{R} \neq 0$ හා $\mathbf{R}\cdot\mathbf{G} = 0$ නම්, පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{R} = \sum_{s=1}^{n} \mathbf{F}_s$ හා $\mathbf{G} = \sum_{s=1}^{n} \mathbf{r}_s \times \mathbf{F}_s$ වේ.

    $s = 1, 2, \ldots, 6$ සඳහා $\mathbf{F}_s = sP\mathbf{k}$ බල හයක් $\overrightarrow{OB_s} = \mathbf{i}a\cos(s-1)\frac{\pi}{3} + \mathbf{j}a\sin(s-1)\frac{\pi}{3}$ පිහිටුම් දෛශික සහිත B_s ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරයි; මෙහි a හා P නියත වන අතර $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ හා $\mathbf{k}$ මගින් පිළිවෙළින් Ox, Oy හා Oz ඛණ්ඩාංක අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික දැක්වෙයි. මෙම බල පද්ධතිය O මූලය ඔස්සේ ක්‍රියා කරන $\mathbf{R} = 21P\mathbf{k}$ තනි බලයක් සමග ඝූර්ණ දෛශිකය $\mathbf{G} = \mathbf{i}aP\sum_{s=1}^{6} s\sin(s-1)\frac{\pi}{3} - \mathbf{j}aP\sum_{s=1}^{6} s\cos(s-1)\frac{\pi}{3}$ වූ යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

    ඒ නයින්, පද්ධතිය $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \lambda\mathbf{k}$ රේඛාව දිගේ ක්‍රියා කරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{r}_0 = -\frac{a}{7}\left(\mathbf{i} + \sqrt{3}\,\mathbf{j}\right)$ වේ.

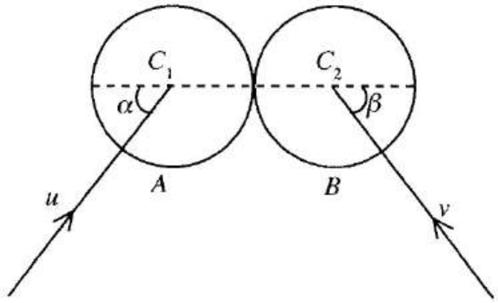
12. අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර තැටියක් එහි තලය සිරස්ව හා එහි විෂ්කම්භය තිරස්ව නිදහස් ද්‍රව පෘෂ්ඨය මත ඇතිව සමජාතීය ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත. තැටියේ පීඩන කේන්ද්‍රය සොයන්න.

    ටැංකියක සිරස් පැත්තක වූ, AB තිරස් විෂ්කම්භයට පහළින් පිහිටි අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර විවරයක්, AB දිගේ සුමටව අසව් කළ අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර දොරකින් වසා ඇත. ටැංකිය ඝනත්වය ρ වූ සමජාතීය ද්‍රවයකින් පුරවා ඇත්තේ AB නිදහස් ද්‍රව පෘෂ්ඨය මත පිහිටන පරිදි ය. දොර **යාන්තමින්** වසා තැබීම සඳහා අවශ්‍ය වන යුග්මයේ අවම ඝූර්ණය සොයන්න.

13. අංශුවක් එහි වේගය v වන විට, ඒකක ස්කන්ධයකට kv ප්‍රතිරෝධ බලයක් ඇති කරන මාධ්‍යයක සිරස්ව ඉහළට u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ; මෙහි k යනු ධන නියතයකි. උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමට අංශුව ගන්නා කාලය T_0 යන්න $T_0 = \frac{1}{k}\ln\left(1 + \frac{ku}{g}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව ද ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයට ඉහළින් ළඟාවන උපරිම උස $\frac{1}{k}(u - gT_0)$ බව ද පෙන්වන්න.

    උච්චතම ලක්ෂ්‍යයේ සිට වැටීමේ දී t කාලයකට පසු අංශුවේ v වේගය, k, g හා t ඇසුරෙන් සොයා, $t \to \infty$ විට $v \to \frac{g}{k}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

14. සමාන අරයෙන් යුත් එහෙත් ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා M වූ A හා B ඒකාකාර සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනයට නිදහස් ය. පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් එකිනෙක දෙසට මේසය දිගේ A හා B ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි ගැටුමට මොහොතකට පෙර A හි ප්‍රවේගය $\overrightarrow{C_1C_2}$ සමග $\alpha \left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන අතර B හි ප්‍රවේගය $\overrightarrow{C_2C_1}$ සමග $\beta \left(0<\beta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදයි; මෙහි C_1 හා C_2 යනු පිළිවෙළින් A හා B හි කේන්ද්‍ර වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e බව දී ඇත.



ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු $\overrightarrow{C_1C_2}$ දිගේ A හා B හි ප්‍රවේග සංරචක සොයා ගැටුම නිසා ගෝල අතර ආවේගයේ විශාලත්වය $\frac{(1+e)mM}{m+M}(u\cos\alpha + v\cos\beta)$ බව පෙන්වන්න.

දැන් $m = M$ යැයි ගනිමු. ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{1}{4}m(1-e^2)(u\cos\alpha + v\cos\beta)^2$ බව පෙන්වන්න.

15. ස්කන්ධය m හා අරය r වූ ඒකාකාර කුහර ගෝලයක විෂ්කම්භයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{2}{3}mr^2$ බව පෙන්වන්න.

ස්කන්ධය M හා අරය a වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක විෂ්කම්භයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{2}{5}Ma^2$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

අරය a වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත උස $h\,(<a)$ වූ අචල ඍජුකෝණාකාර පඩියක් දෙසට u වේගයෙන් පෙරළී යයි. එහි චලිත දිශාව පඩියේ සිරස් මුහුණතට ලම්බ වේ. ගෝලය හා පඩිය පරිපූර්ණ ලෙස රළු වේ.

පහත දැක්වෙන ප්‍රතිඵල ලබා ගන්න:

(i) පඩිය හා ගැටීමෙන් මොහොතකට පසුව ගෝලයේ Ω කෝණික වේගය $\Omega = \frac{(7a-5h)u}{7a^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(ii) $u^2 > \frac{70gha^2}{(7a-5h)^2}$ වේ නම් ගෝලය පඩිය මතට නගින බව පෙන්වන්න.

16. X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය පහත දී ඇත:

$X = x$	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	a	a	a	b	b	b

මෙහි a හා b නියත වේ.

$P(X \geq 2) = 3P(X < 2)$ බව ද දී ඇත.

(i) a හා b හි අගයන් සොයා, $E(X)$ හා $\text{Var}(X)$ අගයන්න.

(ii) $Y = cX + d$ යනු $E(Y) = 0$ හා $\text{Var}(Y) = \text{Var}(X)$ වන පරිදි වූ සසම්භාවී විචල්‍යයක් යැයි ගනිමු; මෙහි $c(>0)$ හා d නියත වේ. c හා d හි අගයන් සොයන්න.

(iii) X_1 හා X_2 නම් වූ X හි ස්වායත්ත නිරීක්ෂණ දෙකක් ජනනය කරන ලදී.

$P(X_1 + X_2 > 7)$ හා $P\left(X_1 = 5 \middle| X_1 + X_2 > 7\right)$ සොයන්න.

17. දුරකථන ඇමතුමකට ගතවන කාලසීමාව මිනිත්තු X යන්න සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$; $x>0$ මගින් දෙනු ලබන ඝාතීය ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි; මෙහි $\lambda > 0$ වේ.

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය යන දෙකම λ^{-1} බව පෙන්වන්න.

(ii) දැනටමත් මිනිත්තු m_0 ප්‍රමාණයක් පැවතුනු දුරකථන ඇමතුමක් අඩු තරමින් තවත් මිනිත්තු m ප්‍රමාණයක් පැවතීමේ සම්භාවිතාව $e^{-\lambda m}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) එක් එක් ඇමතුමේ සම්පූර්ණ මිනිත්තුවක් සඳහා ද ඇමතුමේ අවසාන මිනිත්තුවට අඩු කොටස සඳහා ද වියදම රුපියල් c නම්, ඇමතුමකට වියදම $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා රුපියල් nc වීමේ සම්භාවිතාව $e^{-n\lambda}(e^{\lambda} - 1)$ බව පෙන්වන්න.

* * *