සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

ගණිතය	I
கணிதம்	I
Mathematics	I

07 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

※ **பகுதி A:**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B:**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B** யை **மாத்திரம்** மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

(07) கணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர் 1	
விடைத்தாள் பரீட்சகர் 2	
பரீட்சித்தவர்:	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. A, B, C ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகள் எனக் கொள்வோம். $(A \cap B) \cup (A' \cap B) = B$ எனக் காட்டுக.

$A \cap B = A \cap C$, $A' \cap B = A' \cap C$ எனின், $B = C$ என உய்த்தறிக.

2. $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \geq 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| < 2\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$ எனக் கொள்வோம்.

$A \cap B$, $A \cap C$, $B \cup C$ ஆகியவற்றைக் கண்டு, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ என வாய்ப்புப் பார்க்க.

3. $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = e^{2x^2}$ எனக் கொள்வோம். $\mathbb{R}$ மீது ஒரு தொடர்பு R ஆனது $f(a) = f(b)$ எனின் aRb இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது. தொடர்பு R ஆனது $\mathbb{R}$ மீது ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பென நிறுவி, 1 இன் சமவன்மை வகுப்பைக் காண்க.

4. $x \neq \frac{1}{3}$ இற்கு $f(x) = \frac{2x}{3x-1}$ எனக் கொள்வோம். f ஒன்றுக்கொன்றானது எனக் காட்டுக.
$f^{-1}(x)$ ஐக் கண்டு, $f^{-1}(2f(1)) = \frac{1}{2}$ என மேலும் காட்டுக.

5. $2^{x+3} + 3y - 10 = 0$, $x + \log_2 y = 0$ என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை x, y ஆகியவற்றுக்குத் தீர்க்க.

6. $f(x) = \begin{vmatrix} -2-x & -3 & -1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 3 & 2-x \end{vmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

துணிகோவையை விரிக்காமல், $(x + 1)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, சமன்பாடு $f(x) = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. P, Q ஆகிய புள்ளிகளுக்கு முறையே $(-4,\ 4)$, $(2,\ 6)$ என்னும் ஆள்கூறுகள் உள்ளன. நேர்கோடு PQ ஆனது புள்ளி Q இனூடாகச் செல்லும் நேர்கோடு l இற்குச் செங்குத்தாகும். l இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. நேர்கோடு l ஆனது $y-$ அச்சைப் புள்ளி R இற் சந்திக்கின்றது எனின், $PQ = QR$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. ஒரு வட்டத்தின் ஒரு விட்டத்தின் முடிவுப் புள்ளிகள் $(-7, 4), (1, -2)$ ஆகும். இவ்வட்டத்தின் மையத்தின் ஆள்கூறுகளையும் சமன்பாட்டையும் காண்க.

நேர்கோடு $3x + 4y = 10$ இவ்வட்டத்தை இடைவெட்டுகிறதெனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. ஒரு செவ்வட்ட உருளையின் ஆரையும் உயரமும் முறையே 7 m s^{-1}, 3 m s^{-1} என்னும் வீதங்களில் அதிகரிக்கின்றன. உருளையின் ஆரையும் உயரமும் முறையே $6\text{ m}, 5\text{ m}$ ஆக இருக்கும்போது உருளையின் கனவளவு மாறும் வீதத்தைக் காண்க.

10. வளையி $y = ax^2 + bx$ இற்குப் புள்ளி $P \equiv (1, 2)$ இல் வரையப்பட்டுள்ள தொடலியின் படித்திறன் 3 ஆகும்; இங்கு a, b ஆகியன மாறிலிகள். a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

வளையிக்கு P இல் வரையப்பட்டுள்ள செவ்வனானது வளையியை மறுபடியும் Q இற் சந்திக்கின்றது. Q இன் x-ஆள்கூறைக் காண்க.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka
සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தரப்) பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 T I

பகுதி B

* **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) $p \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $p^2(x-1)^2 + (x-2)^2 = 2$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் ஆகுமெனக் காட்டுக.

α, β ஆகியன மேற்குறித்த சமன்பாட்டின் மூலங்களெனக் கொள்வோம். $\alpha + \beta = 2\alpha\beta$ எனக் காட்டுக.

(*b*) $f(x) = ax^4 + x^3 - x^2 - x - b$ எனக் கொள்வோம். இங்கு a, b ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகள். $(x-1)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் $f(x)$ ஆனது $(x-2)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி 33 எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$(x+1)$ உம் $f(x)$ இன் ஒரு காரணியெனக் காட்டுக.

$f(x)$ ஐ இரு ஏகபரிமாணக் காரணிகளினதும் எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் நேரான ஓர் இருபடிக் காரணியினதும் ஒரு பெருக்கமாக எடுத்துரைக்க.

12. (*a*) **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும்

$$\sum_{r=1}^{n} r(2r+1) = \frac{n}{6}(n+1)(4n+5)$$ என நிறுவுக.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \dfrac{1}{(3r-8)(3r-2)}$ எனவும் $f(r) = \lambda \dfrac{(3r+2)}{(3r-8)}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = f(r) - f(r+2)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^{n} U_r$ ஐக் காண்க.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டுக.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $V_r = 3U_r + 2$ எனக் கொள்வோம். $\sum_{r=1}^{n} V_r$ ஐக் காண்க.

$\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ ஒருங்குகின்றதா ? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

13. (*a*) 8 ஆண்களும் 5 பெண்களும் உள்ள ஒரு கூட்டத்திலிருந்து ஒரு குழுவில் பணியாற்றுமாறு 6 பேரைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டியுள்ளது.

(i) செப்பமாக 3 ஆண்களும் 3 பெண்களும்

(ii) உயர்ந்தபட்சம் 3 பெண்கள்

(iii) குறைந்தபட்சம் 3 பெண்கள்

குழுவில் இடம்பெற வேண்டுமெனின், அது அமைக்கப்படத்தக்க வெவ்வேறு விதங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(*b*) $1, 2, 2, 2, 4, 4, 5$ என்னும் இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வெவ்வேறு 7 இலக்க எண்களை ஆக்கலாம் ?

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

14. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ எனவும் $\mathbf{B} = (-1 \quad 1 \quad 2)$ எனவும் கொள்வோம்.

AB, BA ஆகியவற்றைக் காண்க.

$(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T\mathbf{A}^T$ ஐயும் $(\mathbf{BA})^T = \mathbf{A}^T\mathbf{B}^T$ ஐயும் வாய்ப்புப் பார்க்க; இங்கு $\mathbf{P}^T$ ஆனது ஒரு தாயம் **P** இன் நிலைமாற்றைக் குறிக்கின்றது.

(*b*) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$\mathbf{C}^2 - \mathbf{I}$ ஐக் கண்டு $\mathbf{C}(\mathbf{C}^2 - \mathbf{I}) = \mathbf{I} - \mathbf{C}^2$ எனக் காட்டுக; இங்கு **I** ஆனது வரிசை 3 இன் அலகுத் தாயமாகும்.

இதிலிருந்து, $\mathbf{C}^{-1}$ ஐக் காண்க.

$\mathbf{CD} = \mathbf{I} + 2\mathbf{C}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக 3×3 தாயம் **D** ஐயும் காண்க.

15. (*a*) $\left(x - \dfrac{2}{x^2}\right)^9$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் உள்ள மாறா உறுப்பைக் காண்க.

(*b*) $\left(\sqrt{2}+1\right)^6 + \left(\sqrt{2}-1\right)^6 = 198$ எனக் காட்டுக.

(*c*) ஒருவர் 10% கூட்டு ஆண்டு வட்டியைக் கொடுக்கும் ஒரு சேமிப்புக் கணக்கை 2000 ஜனவரி 01 ஆந் தேதி ரூ. 100 000 ஐ வைப்புச் செய்து ஆரம்பித்தார். அவர் அடுத்த ஐந்து ஆண்டுகளில் ஒவ்வோர் ஆண்டும் ஜனவரி 01 ஆந் தேதி ரூ. 10 000 வீதம் வைப்புச் செய்தார். அவர் வேறெந்த வைப்பையோ, திரும்ப எடுத்தலையோ செய்யவில்லையெனக் கொண்டு 2010 ஜனவரி 01 ஆந் தேதி கணக்கின் மீதியைக் காண்க.

16. $r^2(m^2+1) = (q - mp - c)^2$ ஆக இருந்தால்-இருந்தால் மாத்திரம் நேர்கோடு $y = mx + c$ ஆனது வட்டம் $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ ஐத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக.

$k \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். நேர்கோடு $x + y = k$ ஆனது வட்டம் $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 13 = 0$ ஐத் தொடுகின்றதெனத் தரப்பட்டுள்ளது.

k இன் இரு பெறுமானங்களையும் காண்க.

k இன் இப்பெறுமானங்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் தொடுகைப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

இவ்விரு தொடுகைப் புள்ளிகளினூடாகவும் உற்பத்தியினூடாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17. (*a*) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

(*b*) பின்வரும் சார்புகள் ஒவ்வொன்றையும் x ஐக் குறித்து வகையிடுக.

(i) $\sqrt{\dfrac{2x+1}{2x-1}}$ (ii) $xe^{2x} + e^{-x^2}$ (iii) $\ln(x^2+1)$

(*c*) ஒரு யன்னல் ஒரு செவ்வகத்தின் மீது ஏற்றப்பட்ட சமபக்க முக்கோணியின் வடிவத்தை உடையது. யன்னலின் மொத்தச் சுற்றளவு 6 m ஆகும். யன்னலின் உயர்ந்தபட்சப் பரப்பளவைக் காண்க.

* * *

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

கணிதம் II Mathematics II	07 T II	மூன்று மணித்தியாலம் Three hours

சுட்டெண் | | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* **பகுதி A:**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி B:**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி B** யை மாத்திரம் மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.
* புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

(07) கணிதம் II

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர் 1	
விடைத்தாள் பரீட்சகர் 2	
பரீட்சித்தவர்:	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. சமனிலி $\dfrac{x+2}{5-2x} \geq 4$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

2. $3y-x \geq 0,\ y+x-4 \leq 0,\ y-x-4 \leq 0$ என்னும் எல்லா மூன்று சமனிலிகளையும் திருப்தியாக்கும் xy-தளத்தில் உள்ள பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

3. $\frac{1}{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\cos x$ ஐ வடிவம் $R\sin(x+\alpha)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $R(>0)$, $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகள்.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $\frac{1}{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\cos x=\frac{3}{4}$ ஐத் தீர்க்க.

4. பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int_1^2 x(\ln x)^2\,dx$ ஐப் பெறுமானங்கணிக்க.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. $\dfrac{1}{x^2(x-1)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னமாக எடுத்துரைக்க. இதிலிருந்து, $\displaystyle\int \frac{1}{x^2(x-1)}\,\mathrm{d}x$ ஐக் காண்க.

6. ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$

$E(X)$, $Var(X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. ஒரு குறித்த நாளில் இரு தொழிலாளர்கள் லீவை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{8}$ உம் அவர்களில் ஒருவர் மாத்திரம் லீவை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{2}$ உம் ஆகும். அவர்கள் சாராமல் லீவை எடுக்கின்றனரெனக் கொள்க. அந்த நாளில் இரு தொழிலாளர்களில் எவரும் லீவை **எடுக்காமைக்கான** நிகழ்தகவைக் காண்க.

8. A, B ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி S மீது வரையறுக்கப்படும் இரு நிகழ்ச்சிகளெனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $P(A) = 0.8, P(B) = 0.3$, $P(A \cup B) = 0.9$ ஆகும். $P(A' \cap B')$, $P(A \cap B')$ ஆகியவற்றைக் காண்க; இங்கு A', B' ஆகியன முறையே A, B ஆகியவற்றின் நிரப்பிகளைக் குறிக்கின்றன.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} k(x-2)^2 & , \quad 0 \le x \le 4 \text{ எனின்,} \\ 0 & , \quad \text{வேறு விதமாக} \end{cases}$$

ஐ உடையது. மாறிலி k இன் பெறுமானத்தையும் முதற் காலணையின் பெறுமானத்தையும் காண்க.

10. ஒரு கணினி ஆட்டத்தில் விளையாட்டு வீரர் ஓர் ஆட்டத்தில் வென்றால், அவர் அடுத்த ஆட்டத்தில் வெல்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.9 ஆகும். விளையாட்டு வீரர் ஓர் ஆட்டத்தில் தோற்றால், அவர் அடுத்த ஆட்டத்தில் வெல்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.4 ஆகும். 'வெற்றி', 'தோல்வி' ஆகியன ஓர் இரு-நிலை மாக்கொவ் சங்கிலியின் நிலைகளாகும் எனக் கருதுக.

(i) ஒரு-படி நிலைமாறல் நிகழ்தகவுத் தாயத்தை எழுதுக.

(ii) விளையாட்டு வீரர் அடுத்தடுத்து மூன்று ஆட்டங்களில் விளையாடுகின்றார். அவர் முதல் ஆட்டத்தில் வென்றால், அவர் மூன்றாம் ஆட்டத்தில் வெல்வதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

* *

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

அධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தரப்) பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 T II

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. ஒரு விவசாயி லீக்சையும் வெண்டியையும் பயிரிடுவதற்கு 20 ஏக்கர் நிலத்தைக் கொண்டுள்ளார். ஒவ்வொரு பயிரிலும் எவ்வளவைப் பயிரிட வேண்டும் என்பது பற்றி விவசாயி தீர்மானிக்க வேண்டியுள்ளது. லீக்சுக்கு ஏக்கருக்கு ரூ. 30 000 செலவையும் வெண்டிக்கு ஏக்கருக்கு ரூ. 20 000 செலவையும் தாங்கவேண்டியுள்ளது. விவசாயி இத்தேவைக்காக ரூ. 480 000 ஐ ஒதுக்கியுள்ளார். இப்பயிர்களைப் பயிரிடுவதற்கு லீக்சிற்காக ஓர் ஏக்கருக்கு 1 மனித நாளும் வெண்டிக்காக ஓர் ஏக்கருக்கு 2 மனித நாட்களும் தேவை. இந்நோக்கத்திற்கு 36 மனித நாட்கள் உள்ளன. லீக்சின் ஏக்கருக்கான இலாபம் ரூ. 100 000 உம் வெண்டியின் ஏக்கருக்கான இலாபம் ரூ. 120 000 உம் ஆகும்.

(i) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப் பிரசினமாகச் சூத்திரிக்க.

(ii) இயல்தகு பிரதேசத்தின் பரும்படிப் படத்தை வரைக.

(iii) இலாபத்தை உயர்ந்தபட்சமாக்குவதற்கு விவசாயி ஒவ்வொரு பயிரையும் பயிரிட வேண்டிய ஏக்கர் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

விவசாயிக்கு இப்பணிக்காக 38 மனித நாட்கள் இருக்குமெனின், உத்தம தீர்வு எங்ஙனம் மாறும் ?

12. (a) வீச்சு $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ இல் $y = -3\cos^2 x$, $y = 3\sin^2 x + 4\cos x - 5$ என்னும் வளையிகளின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(b) $\sin^{-1} x - \cos^{-1} x = \frac{\pi}{6}$ ஐத் தீர்க்க.

(c) ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு வழக்கமான குறிப்பீட்டில் சைன் நெறியைக் கூறுக.

இதிலிருந்து, $b\sec A = c[1 + \tan A \cot C]$ எனக் காட்டுக.

13. (a) ஒரு தகுந்த பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\int x(1+x^2)^{\frac{1}{3}}\,dx$ ஐக் காண்க.

(b) பின்வரும் அட்டவணையில் 1 இற்கும் 2 இற்குமிடையே நீளம் 0. 2 இன் ஆயிடைகளிலான x இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 + 2x - 2}$ இன் பெறுமானங்கள் மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

x	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
$f(x)$	2.000	1.1957	0.8696	0.6915	0.5785	0.500

சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{x+1}{x^2 + 2x - 2}\,dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தை இரு தசம தானங்களுக்குச் சரியாகக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\ln 2$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

14. (*a*) ஒரு புகை கண்டுபிடிப்புச் சோதனையிலிருந்து இடை 30 அலகுகளுடனும் நியம விலகல் 4 அலகுகளுடனும் இருபது அளவீடுகள் பெறப்பட்டுள்ளன. இவ்வளவீடுகளுக்கு ஓர் ஏகபரிமாண உருமாற்றம், இடை 20 அலகுகளினாலும் நியம விலகல் 2 அலகுகளினாலும் அதிகரிக்கப்படுமாறு, பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. ஏகபரிமாண உருமாற்றத்தைக் காண்க.

(i) தொடக்க அளவீடுகளின் இடையம் 35 அலகுகள் எனின், உருமாற்றிய தரவுகளின் இடையத்தைக் காண்க.

(ii) தொடக்க அளவீடுகளின் வீச்சு 18 அலகுகள் எனின், உருமாற்றிய தரவுகளின் வீச்சைக் காண்க.

(*b*) ஓர் இரத்தச் சோதனையிலிருந்து ஒருவருக்கு டெங்கு வைரசு தொற்றியுள்ளமையைச் சரியாகக் காட்டுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.9 உம் ஒருவருக்கு டெங்கு வைரசு தொற்றியுள்ளமையைப் பிழையாகக் காட்டுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.02 உம் ஆகும்.

ஒரு குறித்த நகரத்தில் 13% ஆன ஆட்களுக்கு டெங்கு வைரசு தொற்றியுள்ளதெனச் சோதனையினால் காட்டப்படுமெனின், அந்நகரத்திலிருந்து எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட ஒருவருக்கு டெங்கு வைரசு உண்மையாகத் தொற்றியுள்ளமைக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

மேலும், இந்நகரத்திலிருந்து எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட ஒருவருக்கு டெங்கு வைரசு உண்மையாகத் தொற்றியுள்ளமைக்கும் அச்சோதனை அவருக்கு டெங்கு வைரசு தொற்றியுள்ளமையைச் சரியாகக் காட்டுவதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.

15. விபத்துகளுக்கான நலன் கோரிக்கைகளில் 25% ஆனவை வாகன உரிமையாளர் சாரதியாகச் செயற்பட்டவை தொடர்பானவையென ஒரு காப்புறுதிக் கம்பனியின் பதிவேடுகளிலிருந்து அறியப்பட்டுள்ளது. மேலும் இக்கோரிக்கைகளில் 60% ஆனவை சிறிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கும் ஏனையவை பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்குமானவை. அத்துடன் வாகன உரிமையாளர் சாரதியாக இராத கோரிக்கைகளில் 80% ஆனவை சிறிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கும் ஏனையவை பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்குமானவை. ஒரு கோரிக்கை எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றது. அக்கோரிக்கை பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கானதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

கோரிக்கை பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கானதெனத் தரப்படுமெனின், உரிமையாளர் சாரதியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

இப்போது மூன்று கோரிக்கைகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன.

(i) பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கான கோரிக்கைகளின் எதிர்பார்த்த எண்ணிக்கை,

(ii) கோரிக்கைகளில் எதுவும் பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கானவையான இராமைக்கான நிகழ்தகவு,

(iii) கோரிக்கைகளில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கானதெனத் தரப்பட்டிருப்பின் எல்லா மூன்று கோரிக்கைகளும் பெரிய பழுதுபார்த்தல்களுக்கானவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

ஆகியவற்றைக் காண்க.

16. குறித்த கூட்டமொன்றின் கிலோகிராமில் அளக்கப்பட்ட நிறைகள் இடை μ உடனும் நியம விலகல் σ உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளன. இக்கூட்டத்திலிருந்து எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட ஒருவரின் நிறை 60 கிலோகிராமையும் 65 கிலோகிராமையும் விஞ்சுவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.1587, 0.0228 ஆகும். μ, σ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) இக்கூட்டத்திலிருந்து எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட ஒருவரின் நிறை 50 கிலோகிராமை விஞ்சுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) இக்கூட்டத்திலிருந்து எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட ஒருவரின் நிறை 50 கிலோகிராமை விஞ்சியுள்ளதெனத் தரப்பட்டிருப்பின், இந்நிறை 65 கிலோகிராமிலும் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) இக்கூட்டத்திலிருந்து இருவரின் நிறைகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன. ஒருவரின் நிறை மாத்திரம் 50 கிலோகிராமிலும் கூடியதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

17. ஒரு 15 நிமிட நேர ஆயிடையின்போது ஒரு பேருந்து நிலையத்திற்கு வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை X ஆனது நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பு $x = 0, 1, 2, \ldots$ இற்கு $P(X = x) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$ இனால் தரப்படும் ஒரு புவசோன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது.

ஒரு 15 நிமிட நேர ஆயிடையில் ஒரு பேருந்து மாத்திரம் வருவதற்கான நிகழ்தகவு அந்த ஆயிடையில் ஒரு பேருந்து **வராமைக்கான** நிகழ்தகவின் இருமடங்காகும். λ ஐக் காண்க.

(i) ஒரு 15 நிமிட ஆயிடையில் குறைந்தபட்சம் ஒரு பேருந்தேனும் வருவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க ($e^{-2} \approx 0.1353$ எனக் கொள்ளலாம்).

(ii) பேருந்து நிலையத்திற்கு வரும் பேருந்துகளில் 2% இல் பயணிகள் நிறைந்திருப்பதாகக் கொள்க. ஒரு 15 நிமிட ஆயிடையில் பேருந்து நிலையத்திற்கு வரும் பயணிகள் நிறைந்த பேருந்துகளின் எண்ணிக்கையின் எதிர்பார்த்த பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) எந்தவொரு நேர ஆயிடையிலும் பேருந்து நிலையத்திற்கு வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை வேறெந்த மேற்படியாத ஆயிடையிலும் வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கையைச் சாராததெனக் கொள்க. மு.ப. 7.00 இற்கு மட்டுமட்டாக முன்பாகப் பேருந்து நிலையத்திற்கு ஒரு பேருந்து வந்தால், அடுத்த பேருந்து மு.ப. 7.15 தொடக்கம் மு.ப. 7.30 வரையான நேர ஆயிடையின்போது வருவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

* * *