සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.
All Rights Reserved

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - I

13 ශ්‍රේණිය

කාලය විනාඩි 45 යි.

A කොටස

- **A** කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම හා **B** කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

(01) $7 + 77 + 777 + ...$ පද n හි ඓක්‍ය සොයන්න.

---

(02) $x + 4x + 7x + (3n - 2)\,x = \frac{1}{2}\,n\,(3n - 1)\,x$ යන්න ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් සියළු ධන නිඛිල සඳහා පෙන්වන්න.

---

(03) α, β යනු $ax^2 + bx + c = 0$ හි මූල නම්, $\alpha^2 + \beta^2$, $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

---

(04) $\tan^2\alpha + \text{Sec}\,\alpha - 1 = 0, 0 < \alpha < 2\pi$ හි සාධාරණ විසඳුම් ලබාගන්න.

---

(05) $\text{Cos}\,36^0 = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ බව සාධනය කරන්න.

---

(06) $\frac{\text{Cos A}}{1 - \text{Sin A}} = \tan\left(45^0 + \frac{A}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

---

(07) $\lim_{x \to 3} (x^2 - 9)\left(\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3}\right)$ අගය සොයන්න.

---

(08) $y = x + \frac{1}{x}$ නම් එවිට $x^2\,\frac{dy}{dx} = xy - 2$ බව පෙන්වන්න.

---

(09) $2x-y-5=0, 3x-y-6=0$ හා $4x-y-7=0$ යන සරල රේඛා එකම ලක්ෂයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

(10) $\log_x x - 4\log_x 3 + 3 = 0$ විසඳන්න.

B කොටස

11. (a) $kx^2+(k+1)x-(k+2)=0$ සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. $\alpha+\beta=\frac{-4}{3}$ බව දී ඇත්නම් k, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$, $\alpha^2+\beta^2$ යන්න සොයන්න.

(b) α^2 හා β^2 මූල ලෙස ඇති සමීකරණය ද සොයන්න.

(c) $x^2-3x>3$ අසමානතාව විසඳන්න.

(d) $|2x+1|<2|x|+x$ අසමානතාව ප්‍රස්තාරිකව විසඳන්න.

12. (a) $\lim_{x\to 9} \frac{x^{3/2}-27}{x-9}$ සොයන්න.

(b) ප්‍රමුල ධර්ම ඇසුරෙන් $y=\frac{1}{x^2}$ හි අවකලන සංගුණකය ලබා ගන්න.

(c) $y=\sqrt{2x^3-5}$ නම් $\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

(d) $x=1-3t^3, y=1-3t^2$ නම් $\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

13. (a) $4^x = 25$ විසඳන්න.

(b) $\tan 105^0$ හි අගය සොයන්න.

(c) $\text{Sin } 2x + \text{Sin } 4x - \text{Sin } 6x = 0$ විසඳන්න.

(d) $3\text{Cos } x + 4 \text{ Sin } x$, $r > 0$ වන, $r \text{ Cos } (x - \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශකර එනයින් $3\text{Cos } x + 4 \text{ Sin } x = 2.5$ සමීකරණය විසඳන්න.

---

14. (a) $\frac{x^3 - 4x - 5}{x^2 - x - 6}$ යන්න හින්න භාග ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(b) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ හි සාධක සොයන්න.

(c) g ශ්‍රිතය පහත සඳහන් ආකාරයට අර්ථ දැක්වේ.

$g : x \mid\rightarrow \; 2x + 3; x \in \mid R, g(x+5), g(x^2+5)$ හා $g\left(\frac{1}{x}\right)$ යන මේවා සොයන්න.

(d) $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + - \sqrt{3}}$ හි හරය පරිමේය කරන්න.

---

15. (a) $10^h + 3.4^{n+2} + 5; \; n \in \mid N$ යන්න 9 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

(b) $1.7777 .....$ සමාවර්ත දශම සංඛ්‍යාව පරිමේය කරන්න.

(c) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = \sqrt{2x-1}$ විසඳන්න.

(d) $3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$ විසඳන්න.

---

16. (a) $x + 3y - 2 = 0$ සහ $2x - y + 4 = 0$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා $(-1, 1)$ යටින් හරහා ද යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(b) $ABCD$ රොම්බසයේ AB පාදය $x - y + 1 = 0$ මත ද BC පාදය $2x + y - 7 = 0$ මත ද පිහිටා ඇති අතර විකර්ණ වල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය $E\left(\frac{1}{4}, \frac{-1}{2}\right)$ වේ. රොම්බසයේ විකර්ණවල ද, ඉතිරි පාද වල ද සමීකරණය සොයන්න.

17. P නම් විචල්‍ය ලක්ෂයක සිට $S = x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යාය හැම විටම $Q(2, -3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම්, හි පථය $3x - y - 3 = 0$ සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(a) P හි පථය $3x - y - 3 = 0$ සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(b) $S = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$ වෘත්තය හා $l = x + y - 1 = 0$ සරල රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අරය ඒකක $2\sqrt{2}$ ක් වූ වෘත්ත වල සමීකරණ සොයන්න.

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.
All Rights Reserved

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - II

13 ශ්‍රේණිය

කාලය පැය 03 යි.

- **A** කොටසින් සියලුම ප්‍රශ්නවලට සහ **B** කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. **ABCDEF** සවිධි ෂඩස්‍රයේ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}$ පාද ඔස්සේ එම දෙශිකවලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ **2N, $\sqrt{3}$N, 5N, $\sqrt{3}$N, 2N** යන බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

---

02. **ABC** සමපාද ත්‍රිකෝණයක **AB, BC** සහ **CA** පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් **3P, 7P** සහ **5P** බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව මඟින් **BC** පාදය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

---

03. **(o , a) (a, o)** සහ **(a, a)** ලක්ෂ්‍යවලදී පිළිවෙලින් **p, - (1 + b)p** සහ **bp** යන සමාන්තර බල ක්‍රියා කරයි. එක් එක් බලය **X** අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ θ කෝණයක් සාදයි. බල පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා බල යුග්මයේ සූර්ණයේ විශාලත්වය **p, a, b,** θ මඟින් සොයන්න.

---

04. අංශුවක් **21ms^{-1}** ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරයි. ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයේ සිට **280m** දුරක් පහළින් **A** ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර ගමන් කිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න. **($g = 9.8ms^{-2}$)**

---

05. **O** ලක්ෂ්‍යයක සිට **20ms^{-1}** ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක් **O** සිට **16m** තිරස් දුරකින් ද **7m** සිරස් උසකින් ද පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් තුළින් යයි. ප්‍රක්ෂේපණ කෝණයට තිබිය හැකි **tan** අගයන් සොයන්න.

---

06. දිග **2a** ද බර **w** ද වන **AB** ඒකාකාර ඉනිමඟක **A** කෙළවර රළු තිරස් බිම් තලයක ද **B** කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියක ද ගැටෙමින් සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන්නේ θ තිරසට කෝණයකින් ආනතවය. කෙළවර දෙකෙහිම ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{3}$ නම් $\tan\theta = \frac{4}{3}$ බව පෙන්වන්න.

---

07. $\mathbf{8ms^{-1}}$ වේගයෙන් උතුරු දෙසට යන සයිකල් කරුවෙකුට $\mathbf{4ms^{-1}}$ වේගයෙන් උතුරින් $\mathbf{60^0}$ ක් නැගෙනහිරින් වූ දිශාවෙන් සුළං හමන්නාසේ දැනේ. සුළගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න.

---

08. ස්කන්ධය **800kg** වන මෝටර් රථයක් සම බිමේ ගමන් කරන විට යෙදෙන ප්‍රතිරෝධය කිලෝග්‍රෑම් එකකට නිවුටන් **0.5** කි. එන්ජිමේ ජවය **4kw** නම්,

(i) වේගය $\mathbf{8ms^{-1}}$ විට රථයේ ත්වරණය.

(ii) රථයේ උපරිම වේගය සොයන්න.

---

09. සෘජු මගක් දිගේ $\mathbf{12ms^{-1}}$ වේගයෙන් චලනය වන **A** පාපැදිකරුවෙක් **X** ලක්ෂ්‍යයකදී $\mathbf{8ms^{-1}}$ වේගයෙන් චලනය වන **B** පාපැදි කරුවෙක් පසුකර යයි. ඉක්බිති **B** පාපැදි කරුවා ඔහුගේ වේගය ඒකාකාර ත්වරණයකින් වැඩිකර තත්පර **10** කට පසු **Y** ලක්ෂ්‍යයකදී **A** පසු කරයි. ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳ මේවා සොයන්න.

(i) **Y** හිදී **B** ගේ ප්‍රවේගය

(ii) **XY** දුර

(iii) **B** ගේ ත්වරණය

---

10. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් **3kg** හා **2kg** වන **A** හා **B** අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර තන්තුව නොඇදී තිබෙන සේ සුමට තිරස් තලයක් මත තබා තිබේ. **B** අංශුව දැන් **A** ගෙන් ඈත් වන සේ $\mathbf{5ms^{-1}}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුව තද වූ පසු එක් එක් අංශුවේ ප්‍රවේගය ද තන්තුවේ ආවේගී ආතතියද සොයන්න.

B කොටස

11. (i) ලක්ෂයක් මත ක්‍රියා කරන $\mathbf{\sqrt{3}P}$, $\mathbf{4P}$, $\mathbf{2\sqrt{3}P}$, $\mathbf{3\sqrt{3}P}$ හා $\mathbf{6P}$ වූ ඒකතල බල පද්ධතියක් **PQRSTU** සමාකාර ෂඩස්‍රයේ පිළිවෙලින් $\mathbf{\vec{QP}}$, $\mathbf{\vec{PR}}$, $\mathbf{\vec{SP}}$, $\mathbf{\vec{PT}}$ හා $\mathbf{\vec{UP}}$ පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කෙරේ. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii) **W** බර ඒකාකාර දණ්ඩක් එක් කෙළවරක් අසව් කර අනෙක් කෙළවර ලුහු අවිනන්‍ය තන්තුවකින් දරා සිටී. දණ්ඩ ද තන්තුව ද තිරසට $\mathbf{30^0}$ එකම කෝණයකින් ආනතය. අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

---

12. සරල මාර්ගයක චලිත **X** වන මෝටර් රථයක් **A** ලක්ෂ්‍යයක් නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙමින් **15kmh^{-1}** ප්‍රවේගයෙන් පසු කරයි. **500m** ක් චලිත වූ පසු **V kmh^{-1}** ප්‍රවේගයට පත්වේ. ඉන්පසු එම නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිතවේ. තත්පර **10** කට පසු **Y** මෝටර් රථයක් එම මාර්ගයේ පළමු දිශාවට $\frac{5}{18}$ නියත **ms^{-2}** නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙමින් **30kmh^{-1}** ප්‍රවේගයෙන් **A** ලක්ෂ්‍යය පසු කරයි. **Y** රථය **90kmh^{-1}** ප්‍රවේගයට පැමිණි පසු එම නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත $\frac{1}{2}$ h වේ. **A** සිට **1** **km** දුරක් දුරකදී **Y** විසින් **X** පසු කරයි. **Y** විසින් **X** පසු කිරීමට **A** ලක්ෂ්‍යය, **Y** විසින් පසු කළ මොහොතේ සිට තත්පර **80** ක් ගන්නා බව පෙන්වන්න.

---

13. එක එකෙහි අරය **a** හා බර **W** වූ ඒකාකාර සුමට ගෝල **2** ක් එකිනෙක ස්පර්ශ කරමින් අරය **b (>2a)** වූ අචල සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක ඇතුලත නිශ්චලව තිබේ. එක් ගෝලයක් මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් වෙනම රූප සටහනක බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ගෝල දෙක අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{Wa}{\sqrt{b(b-2a)}}$ බව පෙන්වන්න.

---

14. **AB, BC, CD, DA** සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත්තේ **ABCD** සමචතුරස්‍රයක් සෑදෙන පරිදිය. පද්ධතිය **A** ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා සමචතුරස්‍ර හැඩය පවත්වා ගන්නේ **AB** හිත් **BC** හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන අවිතන්‍ය තන්තුවකිනි. එක් එක් දණ්ඩේ බර වේ.

(i) **C** හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{\sqrt{5}W}{2}$ බවත්,

(ii) **D** හිදී ප්‍රතික්‍රියාව තිරස් දිශාවකට $\frac{w}{2}$ බවත්,

(iii) යා කරන තන්තුවේ ආතතිය **4w** බවත්,

(iv) **B** හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{\sqrt{17}w}{2}$ වූ සිරසට **tan^{-1}** $\left(\frac{1}{4}\right)$ ආනත බලයක් බවත් පෙන්වන්න.

---

15. තිරස් මේසයකට **C** හිදී සුවල ලෙස අසව් කරන ලද දිග **2a** වන සැහැල්ලු **BC** දණ්ඩකට **B** හිදී බර **w** ද දිග **2a** ද වන ඒකාකාර **AB** දණ්ඩක් සුවල ලෙස අසව් කර තිබේ. **AB** සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදමින් ද **A** කෙළවර මේසය ස්පර්ශ කරමින් ද දඬු දෙක සිරස් තලයක ද පිහිටා තිබේ. **A** කෙළවර හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ ය. සමතුලිතතාව සඳහා $\tan\theta \leq 3\mu$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

16. **O** ලක්ෂ්‍යයෙන් තිරසට ආනතව **V** වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක උපරිම උස **h** වේ. **O** තුළින් සිරස් තලය මත පරාසය **R** වේ. $16h^2 - 8V^2h + gR^2 = 0$ බව පෙන්වන්න. උපරිම උස සඳහා තාත්වික අගය වීමට අවශ්‍යතාවය සොයා එම අවස්ථා රූපයකින් පෙන්වන්න. එමඟින් තිරස් තලය හා උපරිම පරාසය ද අපෝහනය කරන්න.

17. (a) දෛශිකයක් සමාන කෝණ සාදන දිශා දෙකකට විභේදනය කළ විට විභේදන කොටස් වල විශාලත්වය සමාන බව පෙන්වන්න.

(b) $\mathbf{a}\underline{\mathbf{i}} + \mathbf{j}$, $2\mathbf{b}\underline{\mathbf{i}} + 3\mathbf{a}\underline{\mathbf{j}}$ සහ $\underline{\mathbf{i}} + \mathbf{b}\underline{\mathbf{j}}$ බලයන්ගේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $-6\underline{\mathbf{i}}$ වේ. **a** හා **b** අගයන් සොයන්න.

(2 , 3) ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන $4\underline{\mathbf{j}}$ බලයත් **(6 , 1)** හි ක්‍රියා කරන **F** බලයත් සහ **(3 , 7)** හි $3\underline{\mathbf{i}} + 2\underline{\mathbf{j}}$ බලයක් වේ. බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය නම්,

(i) **F** සොයන්න.

(ii) යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.