ஸියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

ගණිතය I கணிதம் I Mathematics I	07 T I	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி **B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* பகுதி **A:**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* பகுதி **B:**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி **A** ஆனது பகுதி **B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் பகுதி **B** யை மாத்திரம் மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(07) கணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர் 1	
விடைத்தாள் பரீட்சகர் 2	
பரீட்சித்தவர்:	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

பகுதி A

1. A, B, C ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம்.
$(A \cap B') \cap (B \cap C')' = A \cap B'$ எனக் காட்டுக.

2. $U = \{n \in \mathbb{Z} : 1 \leq n \leq 10\}$ ஐ அகிலத் தொடையாகக் கருதி $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}, B = \{2, 4, 10\}$,
$C = \{2, 9, 10\}$ எனக் கொள்வோம். $A \cap B', A \cap C', (B \cap C)'$ ஆகியவற்றைக் கண்டு
$A \cap (B \cap C)' = (A \cap B') \cup (A \cap C')$ என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

0344

3. $S = \{n \in \mathbb{Z} : 1 \leq n \leq 20\}$ எனக் கொள்வோம். $m - n$ ஆனது 4 இன் ஒரு மடங்கெனின், mRn இனால் S மீது ஒரு தொடர்பு R வரையறுக்கப்படுகின்றது. தொடர்பு R ஆனது S மீது ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பெனக் காட்டி, 2 இன் சமவன்மை வகுப்பைக் காண்க.

4. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = 4x^3 - 5$ இனால் வரையறுக்கப்படும் சார்பெனக் கொள்வோம். சார்பு f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றானதும் இன் மேல் உள்ளதுமாகும் எனக் காட்டி, $f^{-1}(x)$ ஐக் காண்க. $f^{-1}\left(\frac{115}{2}\right)$ ஒரு விகிதமுறும் எண் எனக் காட்டுக.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை x, y ஆகியவற்றுக்குத் தீர்க்க.

$$16^{y} = 2^{2(2x-18)},\ \log_5(x+y) = 1 + \log_3(x-y)$$

6. $f(x) = \begin{vmatrix} x^2 & 2-x & 1 \\ 1 & x^2 & 0 \\ x-1 & 0 & -x \end{vmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

துணிகோவையை விரிக்காமல், (x^2-1) ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியெனக் காட்டுக.

சமன்பாடு $f(x) = x(x^2-2)$ இன் தீர்வுகளையும் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. $A \equiv (1,\ 2)$, $B \equiv (2,\ 4)$, $C \equiv (-1,\ 3)$ எனக் கொள்வோம். AB ஆனது AC இற்குச் செங்குத்தானதெனக் காட்டுக. D ஆனது BC இன் நடுப்புள்ளியெனக் கொள்வோம். கோடு AD இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

8. வட்டம் $x^2 + y^2 = 8$ ஆனது கோடு $x + y = k$ ஐச் சந்திக்கின்றதெனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு $k \in \mathbb{R}$ ஆகும். $-4 \leq k \leq 4$ எனக் காட்டுக.

9. ஒரு கோள பலூன் அதன் கனவளவு $10\ \text{cm}^3\ \text{s}^{-1}$ என்னும் ஒரு மாறா வீதத்தில் அதிகரிக்குமாறு காற்றடிக்கப்படுகின்றது. ஆரை $10\ \text{cm}$ ஆக இருக்கும்போது ஆரை அதிகரிக்கும் வீதத்தைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. தொடலிகள் கோடு $y + 3x = 0$ இற்குச் சமாந்தரமாக இருக்கும் வளையி $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2$ மீது உள்ள புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 T I

பகுதி **B**

※ ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) $0 < m < 9$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $mx^2 + 4(m+3)x + 5m + 19 = 0$ இரு வேறுவேறான மெய்ம் மூலங்களைக் கொண்டுள்ளது எனக் காட்டுக.

α, β ஆகியன இம்மூலங்களெனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $x^2 + ax + b = 0$ இன் மூலங்கள் $\alpha + \dfrac{1}{\alpha}$, $\beta + \dfrac{1}{\beta}$ ஆகும்; இங்கு $a, b \in \mathbb{R}$ ஆகும். a, b ஆகியவற்றை m இன் சார்பிற் காண்க.

(*b*) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + px - 6$ எனக் கொள்வோம். $(x+3)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியெனத் தரப்பட்டுள்ளது. p இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

மேலும், $f(x)$ ஆனது $(x+3)\ (x-1)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதியைக் காண்க.

12. (*a*) **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும்

$$\sum_{r=1}^{n} r(r+2) = \frac{n}{6}(n+1)(2n+7)$$ என நிறுவுக.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $f(r) = \dfrac{1}{4r^2}$ எனவும் $U_r = \dfrac{Ar + B}{r^2(r+1)^2}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $A, B \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = f(r) - f(r+1)$ ஆக இருக்குமாறு A, B ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^{n} U_r$ ஐக் கண்டு, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டுக.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $V_r = U_r + r(r+2)$ எனக் கொள்வோம்.

மேலே (*a*) இல் உள்ள பேறைப் பயன்படுத்தி $\sum_{r=1}^{n} V_r$ ஐக் கண்டு, $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ விரிகின்றதெனக் காட்டுக.

13. (*a*) (i) மறிதரல்களுடன்,

(ii) மறிதரல்களின்றி

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ என்னும் ஏழு இலக்கங்களிலிருந்து இலக்கங்களைத் தெரிந்தெடுத்து எத்தனை வெவ்வேறு நான்கு இலக்க எண்களை ஆக்கலாம் ?

மேலே (i), (ii) ஆகிய சந்தர்ப்பங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் ஆக்கப்பட்ட எண்களில் எத்தனை இரட்டை எண்களாகும் ?

(*b*) எட்டுப் பெண் பிள்ளைகளையும் இரு ஆண் பிள்ளைகளையும் கொண்ட ஒரு கூட்டத்திலிருந்து நான்கு பிள்ளைகளைக் கொண்ட ஒரு குழுவைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டியுள்ளது.

(i) இரு ஆண் பிள்ளைகளும் குழுவில் இருப்பின்,

(ii) ஓர் ஆண் பிள்ளை மாத்திரம் குழுவில் இருப்பின்,

(iii) இரு ஆண் பிள்ளைகளும் குழுவில் இராவிடின்,

தெரிந்தெடுக்கப்படத்தக்க வெவ்வேறு குழுக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

14. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$, $\mathbf{AC}$, $\mathbf{BC}$ ஆகியவற்றைக் கண்டு,

(i) $(\mathbf{A} + 2\mathbf{B})\,\mathbf{C} = \mathbf{AC} + 2\mathbf{BC}$

(ii) $(\mathbf{AC})\,\mathbf{B} = \mathbf{A}\,(\mathbf{CB})$

ஆகியவற்றை வாய்ப்புப் பார்க்க.

(*b*) $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனவும் $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ எனவும் கொள்வோம். $\mathbf{P}^{-1}$ ஐ எழுதுக.

$\mathbf{AP} = \mathbf{PD}$ ஆகுமாறு 2×2 தாயம் $\mathbf{A}$ ஐக் காண்க.

15. (*a*) குணகங்களைச் சுருக்கி $(2 + 3x)^5$ இன் ஈருறுப்பு விரியைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $(2 + 3x)^5 + (2 - 3x)^5 = a + bx^2 + cx^4$ எனக் காட்டுக; இங்கு a, b, c ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகளாகும்.

$2.03^5 + 1.97^5$ இன் பெறுமானத்தை உய்த்தறிக.

(*b*) ஒருவர் மாதந்தோறும் கூட்டு வட்டி கணிக்கப்பட்டு 5% ஆண்டு வட்டி கொடுக்கப்படும் ஒரு வங்கிக் கணக்கை 2000 ஜனவரி 01 ஆந் திகதி ரூ. 20 000 ஐ வைப்புச் செய்து ஆரம்பித்தார். அவர் அடுத்த ஐந்து ஆண்டுகளுக்கு ஒவ்வொரு மாதமும் 01 ஆந் திகதி ரூ. 20 000 வீதம் வைப்புச் செய்தார். இக்காலத்தில் வேறு கொடுக்கல் வாங்கல் எதுவும் நடைபெறவில்லையெனக் கொண்டு 5 ஆண்டுகளின் இறுதியில் கணக்கின் மீதியைக் காண்க.

16. சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 20$ உடன் வட்டம் C_1 இன் மையத்தையும் ஆரையையும் காண்க. $P \equiv (5, 5)$ ஆனது C_1 மீது உள்ள ஒரு புள்ளியெனக் காட்டி, C_1 இற்குப் புள்ளி P இல் உள்ள தொடலி l இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

கோடு l ஆனது x-அச்சைப் புள்ளி Q இற் சந்திக்கின்றது. P, Q ஆகியவற்றை ஒரு விட்டத்தின் முனைகளாகக் கொண்ட வட்டம் C_2 இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

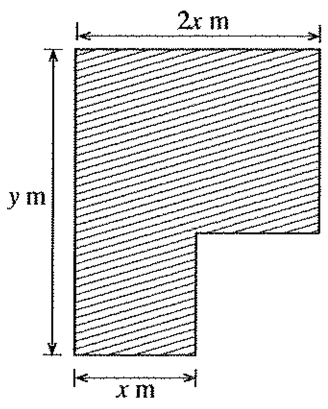
C_1, C_2 ஆகியவற்றின் பொது நாணின் நீளத்தையும் காண்க.

17. (*a*) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(*b*) பின்வரும் சார்புகள் ஒவ்வொன்றையும் x ஐக் குறித்து வகையிடுக.

(i) $\dfrac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (ii) $xe^{2x^2} + \dfrac{2}{e^{2x}}$ (iii) $\ln\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$

(*c*) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள நிழற்றிய பிரதேசம் 20 மீற்றர் மொத்தச் சுற்றளவுள்ள ஒரு தோட்டத்தைக் காட்டுகின்றது. அது $2x$ மீற்றர் நீளமும் y மீற்றர் அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வகக் காணியின் ஒரு மூலையிலிருந்து ஒரு பக்கத்தின் நீளம் x மீற்றரான ஒரு சதுரத்தை அகற்றுவதன் மூலம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. தோட்டத்தின் பரப்பளவை உயர்ந்தபட்சமாக்கும் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



* * *

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி **B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* பகுதி **A:**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* பகுதி **B:**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி **A** ஆனது பகுதி **B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் பகுதி **B** யை மாத்திரம் மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.
* புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(07) கணிதம் II

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் **I**	
வினாத்தாள் **II**	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர் 1	
விடைத்தாள் பரீட்சகர் 2	
பரீட்சித்தவர்:	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

பகுதி A

1. சமனிலி $\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-3)} \geq 0$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

2. $x^2 + y^2 \leq 4$, $x + y \leq 2$, $y \geq -1, -1 \leq x \leq 1$ என்னும் சமனிலிகளைத் திருப்தியாக்கும் xy-தளத்தில் உள்ள பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

0344

3. $\cos x + \sqrt{3}\sin x$ ஐ வடிவம் $R\cos(x-\alpha)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $R > 0$ உம் $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும்.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ ஐத் தீர்க்க.

4. பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி, $\int_1^2 (2x+3)\ln x \, dx$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

5. $\frac{1}{x(x-1)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க. **இதிலிருந்து,** $\int \frac{1}{x(x-1)}\,dx$ ஐக் காண்க.

6. ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	0	1	2
$P(X=x)$	k	k^2	k^2

k இன் பெறுமானத்தையும் $E(X^2)$ ஐயும் காண்க.

7. ஒரு புத்தகக் கடையில் இரு ஒளிப்பிரதியெடுக்கும் பொறிகள் உள்ளன. ஒரு குறித்த வாரத்தில் இரு பொறிகளும் பழுதுபடுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{10}$ உம் ஒரு பொறி மாத்திரம் பழுதுபடுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{3}$ உம் ஆகும். பொறிகள் சாராமல் தொழிற்படுகின்றனவெனக் கொள்க. அவ்வாரத்தில் இரு பொறிகளும் நன்றாகத் தொழிற்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

8. A, B ஆகியன $P(A) = 0.1$ ஆகவும் $P(B) = 0.6$ ஆகவும் இருக்குமாறு உள்ள இரு சாரா நிகழ்ச்சிகளெனக் கொள்வோம். $P(A \cup B), P(A' \cap B'), P(A' | B')$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

9. ஒரு சனத்தொகையில் 10% ஆனோர் இடக்கைப் பழக்கமுள்ளவர்களாவர். நான்கு நபர்கள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டால், அவர்களில் குறைந்தபட்சம் ஒருவரேனும் இடக்கைப் பழக்கமுள்ளவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
அவர்களில் குறைந்தபட்சம் ஒருவரேனும் இடக்கைப் பழக்கமுள்ளவரெனத் தரப்படும்போது அவர்களில் இருவர் இடக்கைப் பழக்கமுள்ளவர்களாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. ஒரு குறித்த நகரத்தில் ஒரு வெய்யில் உள்ள நாளுக்குப் பின்னர் உள்ள ஒரு நாள் வெய்யில் உள்ள நாளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.8 உம் ஒரு மழை நாளுக்குப் பின்னர் உள்ள ஒரு நாள் மழை நாளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.5 உம் ஆகும்.

(i) ஒரு-படி மாறுநிலை நிகழ்தகவுத் தாயத்தை எழுதுக.

(ii) இன்று வெய்யில் உள்ள நாளெனின், நாளைக்கு அடுத்த நாளும் வெய்யில் உள்ள நாளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 T II

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. ஒரு தொழிற்சாலை A, B, C என்னும் மூன்று வகைப் பொறிகளைப் பயன்படுத்தி $1, 2$ என்னும் இரு வகைப் பொருள்களை உற்பத்திசெய்கின்றது. இரு உற்பத்திப் பொருள்களும் ஒவ்வொரு பொறிக்கும் பின்வரும் ஒழுங்குமுறையில் செல்ல வேண்டும்.

முதலில் A இற்கு, அடுத்ததாக B இற்கு, அதன் பின்னர் C இற்கு.

ஒவ்வொரு பொறிக்கும் ஓர் அலகிற்குத் தேவைப்படும் மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை, ஒவ்வொரு பொறிக்கும் ஒரு வாரத்திற்கு ஒதுக்கப்பட்டுள்ள மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை ஆகியன பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

பொறியின் வகை	தேவையான மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை		ஒரு வாரத்திற்கு ஒதுக்கப்பட்டுள்ள மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை
	உற்பத்திப் பொருள் 1	உற்பத்திப் பொருள் 2	
A	2	2	16
B	1	2	12
C	4	2	28

உற்பத்திப் பொருள் 1, உற்பத்திப் பொருள் 2 ஆகியவற்றுக்கு ஓர் அலகிற்கான இலாபம் முறையே ரூ. 10000, ரூ. 15000 ஆகும்.

(i) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப் பிரசினமாகச் சூத்திரிக்க.

(ii) இயல்தகு பிரதேசத்தைப் பரும்படியாக வரைக.

(iii) ஒரு வாரத்திற்கான இலாபத்தை உயர்ந்தபட்சமாக்கும் ஒவ்வோர் உற்பத்திப் பொருளினதும் அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. (a) வீச்சு $0 \leq \theta < 2\pi$ இல் சமன்பாடு $\dfrac{3+\sin^2\theta}{\cos\theta - 2} = 3\cos\theta$ இன் தீர்வுகளைக் காண்க.

(b) $x > 0$ இற்கு $\tan^{-1}x + \tan^{-1}\dfrac{1}{x} = \dfrac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.

(c) முக்கோணி ABC இல் $AB = 6\text{ cm}, BC = 7\text{ cm}, CA = 5\text{ cm}$ ஆகும். முக்கோணி ABC இற்குக் கோசைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி $\cos A = \dfrac{1}{5}$ எனக் காட்டி, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

13. (a) பிரதியீடு $u = (x-1)^2$ ஐப் பயன்படுத்தி, $\int x(x-2)(x-1)^3\,dx$ ஐக் காண்க.

(b) பின்வரும் அட்டவணையில் 2 இற்கும் 3 இற்குமிடையே ஆயிடை நீளம் 0.25 உடன் x இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$ இன் பெறுமானங்கள் மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

x	2	2.25	2.5	2.75	3
$f(x)$	0.333	0.246	0.190	0.152	0.125

சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி, $I = \displaystyle\int_2^3 \frac{1}{x^2-1}\,dx$ இற்கான ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

14. x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ என்னும் n தரவுப் பெறுமானங்களின் ஒரு தொடையில் தரவுகளின் இடையும் நியம விலகலும் முறையே $\bar{x}$, s ஆகும். உருமாற்றம் $y = ax + b$ இன் மூலம் கிடைக்கும் புதிய தரவுப் பெறுமானங்கள் y இன் இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க.

ஒரு குறித்த உணவகத்திலே 150 நாட்களில் விற்கப்பட்ட பாற் பைக்கற்றுகளின் எண்ணிக்கைகள் பின்வரும் மீடிறன் அட்டவணையில் பொழிப்பாக்கப்பட்டுள்ளன.

விற்கப்பட்ட பாற் பைக்கற்றுகளின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
70 - 80	5
80 - 90	15
90 - 100	20
100 - 110	50
110 - 120	60

(i) உருமாற்றம் $d_i = x_i - 95$ ஐப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறுவிதமாக, அட்டவணையில் பொழிப்பாக்கப்பட்டுள்ள மீடிறன் பரம்பலின் இடையையும் நியம விலகலையும் கணிக்க.

(ii) மேற்குறித்த ஒவ்வொரு நாளும் விற்பதற்காக உணவகத்திற்கு 120 பாற் பைக்கற்றுகள் கிடைத்துள்ளனவெனக் கொள்க. ஒவ்வொரு விற்கப்பட்ட பாற் பைக்கற்றிலிருந்தும் ரூ. 15 இலாபமும் ஒவ்வொரு விற்கப்படாத பாற் பைக்கற்றிலிருந்தும் ரூ. 5 நட்டமும் ஏற்படுகின்றன. 150 நாட்களில் கிடைத்த பாற் பைக்கற்றுகளின் தேறிய இலாபத்தின் இடையைக் காண்க.

15. ஓர் உணவகத்தில் மேற்கொள்ளப்பட்ட ஒரு கணிப்பீட்டில் பழச் சாறுக்காகக் கட்டளையிட்ட நுகர்வோர்களில் 50% ஆனோர் தோடம்பழச் சாறுக்காகவும் 20% ஆனோர் அப்பிள்பழச் சாறுக்காகவும் 30% ஆனோர் எலுமிச்சம்பழச் சாறுக்காகவும் கட்டளையிட்டிருப்பதாகக் காணப்பட்டது. தோடம்பழச் சாறு, அப்பிள்பழச் சாறு, எலுமிச்சம்பழச் சாறு ஆகிய ஒவ்வொன்றுக்கும் சுவை தொடர்பாகத் திருப்தியடைந்த நுகர்வோர்களின் சதவீதங்கள் முறையே 90%, 80%, 80% ஆகும்.

(i) இவ்வுணவகத்தில் பழச் சாறுக்காகக் கட்டளையிட்டவர்களில் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட நுகர்வோர் ஒருவர் சுவை தொடர்பாகத் திருப்தியடைந்தவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட நுகர்வோர் ஒருவர் தோடம்பழச் சாறுக்காகக் கட்டளையிட்டுச் சுவை தொடர்பாகத் திருப்தியடைந்தவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) நுகர்வோர் ஒருவர் பழச் சாறின் சுவை தொடர்பாகத் **திருப்தியடையவில்லை** எனக் காணப்பட்டால், அவர் எலுமிச்சம்பழச் சாறுக்காகக் கட்டளையிட்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iv) தோடம்பழச் சாறுக்காக அல்லது எலுமிச்சம் பழச் சாறுக்காகக் கட்டளையிட்டவர்களிலிருந்து நுகர்வோர் ஒருவர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டால், அவர் சுவை தொடர்பாகத் திருப்தியடைந்தவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

16. ஒரு குறித்த பொறியின் மூலம் வெட்டப்படும் A4 அளவுள்ள தாள்களின் நீளம் ஓர் இடை 12 அங்குலத்துடனும் ஒரு நியம விலகல் 1 அங்குலத்துடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது. 11 அங்குலத்திலும் குறைந்த நீளமுள்ள அல்லது 13 அங்குலத்திலும் கூடிய நீளமுள்ள தாள்கள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படாதனவாகக் கருதப்படுகின்றன.

(i) பொறியின் மூலம் உற்பத்திசெய்யப்படும் ஏற்றுக்கொள்ளப்படாத தாள்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.

(ii) பொறியின் மூலம் உற்பத்திசெய்யப்படும் ஒரு தாள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படாதது எனத் தரப்பட்டால், அத்தாளின் நீளம் 14 அங்குலத்திற்கு மேற்பட்டதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) ஏற்றுக்கொள்ளப்படாத தாள்களின் சதவீதத்தை 1% இனுள்ளே பேணுவதற்காக நியம விலகலைக் குறைப்பதற்கு கம்பனி உத்தேசித்துள்ளது. இத்தேவையைப் பூர்த்திசெய்யுமாறு இருக்கத்தக்க மிகப் பெரிய நியம விலகலைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

17. மறையல்லாத பெறுமானங்களை மாத்திரம் எடுக்கும் ஓர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ இனால் தரப்படும் ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பலுடன் ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பைக் கொண்டுள்ளது; இங்கு $\lambda(> 0)$ ஒரு பரமானமாகும். எழுமாற்று மாறியின் இடை $\dfrac{1}{\lambda}$ எனக் காட்டுக.

ஒரு குறித்த மின் உபகரணத்தின் ஆயுட்காலம் இடை ஆயுட்காலம் 2 ஆண்டுகளாக உள்ள ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது.

(i) ஓர் உபகரணம் ஓர் ஆண்டு கழிவதற்கு முன்பதாகத் தொழிற்படத் தவறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. ($e^{-0.5} \approx 0.6065$ எனக் கொள்க).

(ii) உபகரணங்களில் 2% மாத்திரம் உத்தரவாதக் காலத்தினுள்ளே தொழிற்படத் தவறத்தக்கதாக உத்தரவாதக் காலத்தைத் துணிக.

(iii) ஒருவர் மேற்குறித்த மின் உபகரணங்களில் இரண்டை வாங்கினார். அவ்வுபகரணங்களில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் ஓர் ஆண்டு கழிவதற்கு முன்பதாகத் தொழிற்படத் தவறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

* * *