(07) கணிதம்

வினாத்தாள் கட்டமைப்பு

வினாத்தாள் I - **நேரம் : 03 மணித்தியாலங்கள்** (மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடங்கள்)

இவ்வினாத்தாள் **இரு** பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

பகுதி A : **பத்து** வினாக்கள். **எல்லா** வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 25 புள்ளிகள் வீதம் 250 புள்ளிகள்.

பகுதி B : **ஏழு** வினாக்கள். **ஐந்து** வினாக்களுக்கு விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 150 புள்ளிகள் வீதம் 750 புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் I இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = 1000

வினாத்தாள் II - **நேரம் : 03 மணித்தியாலங்கள்** (மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடங்கள்)

இவ்வினாத்தாள் **இரு** பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

பகுதி A : **பத்து** வினாக்கள். **எல்லா** வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 25 புள்ளிகள் வீதம் 250 புள்ளிகள்.

பகுதி B : **ஏழு** வினாக்கள். **ஐந்து** வினாக்களுக்கு விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 150 புள்ளிகள் வீதம் 750 புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் II இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = 1000

இறுதிப் புள்ளிகளைக் கணித்தல் :

வினாத்தாள் I	=	1000
வினாத்தாள் II	=	1000
இறுதிப் புள்ளி	=	$2000 \div 20 = \underline{\underline{100}}$

(07) கணிதம்
வினாத்தாள் I
பகுதி A

1. $A=\{x \in \mathbb{R} : |x+3|<2\}$, $B=\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 4\}$ ஆகியன அகிலத் தொடை $\mathbb{R}$ இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். $A \cap B$, $A' \cap B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. A, B ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில் தொடை $A \setminus B$ ஆனது $A \setminus B = A \cap B'$ இனால் வரையறுக்கப்படுகிறது. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ எனவும் $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ எனவும் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3. p, q ஆகியன எடுப்புகளெனக் கொள்வோம். $\sim(p \vee (\sim p \wedge q))$, $\sim p \wedge \sim q$ ஆகிய கூட்டு எடுப்புகள் தருக்க முறையாகச் சமவலுவானவையெனக் காட்டுக.

4. **எதிர்மறுப்பினால் நிறுவல்** முறையைப் பயன்படுத்தி, $3n^2 + 2$ ஒற்றையெனில், n ஒற்றையென நிறுவுக.

5. $y - \frac{1}{3}\log_2 x = 0,\ 8^{2y-1} - 2(x-4) = 0$ என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை x, y ஆகியவற்றுக்குத் தீர்க்க.

6. சமனிலி $x - \frac{4}{x} \leq 3$ ஐத் திருப்தியாக்கும் எல்லா மெய் x இன் பெறுமானங்களையும் காண்க.

7. சார்பு $f(x)=\sqrt{x+3}-5$ ஆனது $[-3,\infty)$ மீது வரையறுக்கப்படுகின்றதெனக் கொள்வோம். f இன் வீச்சைக் கண்டு, f ஒன்றுக்கொன்றானதெனக் காட்டுக. $f^{-1}(x)$ ஐக் காண்க.

8. படித்திறன் -3 ஐக் கொண்ட நேர்கோடு l ஆனது புள்ளி $A(2,1)$ இனூடாகச் செல்கின்றது. கோடு l மீது ஒரு புள்ளி B ஆனது $AB=3\sqrt{10}$ ஆக இருக்குமாறு உள்ளது. புள்ளி B இற்கு இருக்கத்தக்க ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

9. $x = 2t^{3},\ y = 2 - 4t + t^{2}$ ஆகியவற்றினால் தரப்படும் பரமான வளையிக்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலிகளின் சரிவு -1 ஆக இருக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $y = x^{2}\ , x + y = 2$ ஆகிய வளையிகளினால் வரைப்புற்ற பிரதேசத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

* *

பகுதி B

11. (*a*) கணிதம், பௌதிகவியல், இரசாயனவியல் என்னும் பாடங்களிலான ஒரு பரீட்சைக்கு 50 மாணவர்கள் தோற்றினர்..இந்த 50 மாணவர்களில் 37 மாணவர்கள் கணிதத்திலும் 24 மாணவர்கள் பௌதிகவியலிலும் 43 மாணவர்கள் இரசாயனவியலிலும் சித்தியடைந்தனர். மேலும் உயர்ந்தபட்சம் 19 மாணவர்கள் கணிதத்திலும் பௌதிகவியலிலும் 29 மாணவர்கள் கணிதத்திலும் இரசாயனவியலிலும் 20 மாணவர்கள் பௌதிகவியலிலும் இரசாயனவியலிலும் சித்தியடைந்துள்ளரெனத் தரப்பட்டுள்ளது. எல்லா மூன்று பாடங்களிலும் சித்தியடைந்திருக்கத்தக்க மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

(*b*) கூட்டு எடுப்பு $[\sim p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$ ஒரு புனருத்தியா, ஓர் எதிர்மறுப்பா எனத் துணிக.

12. (*a*) **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டினைப்** பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$இற்கும்

$$\sum_{r=1}^{n}(3r^2 + 5r + 1) = n(n+2)^2$$

என நிறுவுக.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$இற்கு $U_r = \dfrac{2}{(2r-1)(2r+1)}$ எனக் கொள்வோம்.

$n \in \mathbb{Z}^+$இற்கு $U_r = \dfrac{1}{(2r-1)} - \dfrac{1}{(2r+1)}$ ஐ வாய்ப்புப் பார்த்து, $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{2n}{2n+1}$ எனக் காட்டுக.

அத்துடன் $\sum_{r=10}^{20}(2U_r + 3r)$ ஐயும் காண்க.

13. (*a*) இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 + (4+k)\,x - (25+k) = 0$ இன் மூலங்கள் α , $-\alpha^2$ ஆகும்; இங்கு k ஒரு மெய்ம் மாறிலி. α ஆனது சமன்பாடு $x^3 - x^2 + x - 21 = 0$ இன் ஒரு மூலமெனக் காட்டுக.

$(x-3)$ ஆனது $x^3 - x^2 + x - 21$ இன் ஒரு காரணியெனக் காட்டி, சமன்பாடு $x^3 - x^2 + x - 21 = 0$ ஒரு மெய்ம் மூலத்தை மாத்திரம் கொண்டதெனக் காட்டுக.
இதிலிருந்து, k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(*b*) $f(x) = -2x^2 + 12x - 16$ எனக் கொள்வோம்.

சார்பு $f(x)$ ஐ வடிவம் $a(x-h)^2 + k$ இல் எழுதுக; இங்கு a, h, k ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகள். f இன் உச்சியின் ஆள்கூறுகள், சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு, உயர்ந்தபட்சப் பெறுமானம் ஆகியவற்றைக் காண்க. சார்பு $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பருமட்டாக வரைக.

சார்பு g ஆனது $g(x) = -2 - f(x+1)$ இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது. சார்பு g இன் சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு, குறைந்தபட்சப் பெறுமானம் ஆகியவற்றைத் துணிக.

14. (*a*) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $(a+b)^n$ இன் ஈருறுப்பு விரியை எழுதுக; இங்கு a, b ஆகியன மெய்யெண்களும் n ஒரு நேர் நிறையெண்ணும் ஆகும்.

(i) $\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^n$ இன் ஈருறுப்பு விரியின் முதலாம், இரண்டாம், மூன்றாம் உறுப்புகளின் குணகங்களின் கூட்டுத்தொகை 46 எனின், n ஐக் காண்க.

(ii) $\left(kx + \dfrac{1}{x}\right)^{10}$ இன் விரியில் x^4 இன் குணகம் $\dfrac{15}{16}$ இற்குச் சமமெனின், k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

k இன் இப்பெறுமானத்திற்கு விரியின் x ஐச் சாராத உறுப்பைக் காண்க.

(b) ஒருவரிடம் பின்வரும் 3 முதலீட்டு விருப்பத் தெரிவுகள் உள்ளன :

விருப்பத் தெரிவு 1 : ஆண்டுக்கு 14% எளிய வட்டியின் கீழ்ச் செய்யப்படும் முதலீடு

விருப்பத் தெரிவு 2 : ஆண்டுக்கு 12% கூட்டு வட்டியின் கீழ்ச் செய்யப்படும் முதலீடு

விருப்பத் தெரிவு 3 : காலாண்டுக்கு ஒரு தடவை 8% ஆண்டுக் கூட்டு வட்டியின் கீழ்ச் செய்யப்படும் முதலீடு

(i) 5 ஆண்டுகளின் இறுதியில் சேரும் மொத்த வட்டியை அடிப்படையாகக் கொண்டு மிகச் சிறந்த முதலீட்டு விருப்பத் தெரிவைத் தெரிந்தெடுக்க.

(ii) காலாண்டிற்கு ஒரு தடவை வட்டி கணிக்கப்படும் ஆண்டிற்கு $r\%$ கூட்டு வட்டி மீது முதலீடு செய்வதற்கான விருப்பத் தெரிவு 4 உம் அவரிடம் உண்டு. விருப்பத் தெரிவு 4 இன் கீழ் 10 ஆண்டுகளில் கிடைக்கும் மொத்த வட்டி விருப்பத் தெரிவு 2 இன் கீழ்க் கிடைக்கும் மொத்த வட்டியிலும் கூடியதெனின், r இன் குறைந்தபட்சப் பெறுமானம் யாதாக இருக்க வேண்டும்?

15. ஒரு முக்கோணி ABC இன் AB, BC , AC ஆகிய பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் முறையே $y = m_1 x + c_1$, $y = m_2 x + c_2$, $x = 0$ எனக் கொள்வோம். முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவு $\dfrac{(c_1 - c_2)^2}{2|m_1 - m_2|}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

முக்கோணி ABC இன் BC, CA, AB ஆகிய பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் முறையே $3x - y + 5 = 0$, $2x + 3y - 1 = 0$, $x + 2y - 3 = 0$ எனக் கொள்வோம்.

புள்ளி A இனூடாகச் செல்லும் படித்திறன் $-\dfrac{1}{3}$ ஐ உடைய ஒரு நேர்கோடானது புள்ளி B இனூடாகவும் CA இற்குச் சமாந்தரமாகவும் செல்லும் ஒரு நேர்கோட்டினைப் புள்ளி D இல் இடைவெட்டுகின்றது. உற்பத்தி O எனின், OD இன் சமன்பாடு $y + x = 0$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

புள்ளி D இனூடாகவும் பக்கம் AB இற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள நேர்கோடானது y- அச்சைப் புள்ளி E இல் சந்திக்கின்றது. முக்கோணி ODE இன் பரப்பளவைக் காண்க.

16. (a) $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$ ஐக் காண்க.

(b) பின்வருவன ஒவ்வொன்றையும் x ஐக் குறித்து வகையிடுக.

(i) $\left(\dfrac{x}{1 - x}\right)^6$

(ii) $\dfrac{e^{2x} + e^{-2x}}{e^{2x} - e^{-2x}}$

(iii) $x^2 \ln (x^4 + 1)$

(c) ஒரு சதுர அடியையும் நிலைக்குத்துச் சுவர்களையும் 4000 m^3 கனவளவையும் உடைய ஒரு திறந்த தாங்கியை ஒரு மெல்லிய தகட்டுத் திரவியத்திலிருந்து அமைக்க வேண்டியுள்ளது. பயன்படுத்தப்படும் திரவியம் குறைந்தபட்சமாக இருக்கத்தக்கதாகத் தாங்கியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

17. (a) **பகுதிகளாகத் தொடையிடலைப்** பயன்படுத்தி $\int_0^1 x^2 e^{2x}\, \mathrm{d}x$ இன் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

(b) **பகுதிப் பின்னங்களைப்** பயன்படுத்தி $\int \frac{2x+3}{(x+1)\,(x+2)^2}\, \mathrm{d}x$ ஐக் காண்க.

(c) ஆயிடை நீளம் 0.25 ஆகவுள்ள 0 இற்கும் 1 இற்குமிடையே x இன் பெறுமானங்களுக்கு மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகச் சார்பு $\mathrm{f(x)} = \sqrt{2\mathrm{x}+1}$, இன் பெறுமானங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

x	0	0.25	0.50	0.75	1.00
$f(x)$	1	1.225	1.414	1.581	1.732

சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி $I = \int_0^1 \sqrt{2x+1}\, \mathrm{d}x$ இற்கான ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைச் சரியாக இரு தசம தானங்களுக்குக் காண்க.

பிரதியீடு $u = 2x + 1$ ஐப் பயன்படுத்தி I ஐக் கண்டு, I இன் பெறுமானத்தை மேலே பெற்ற அண்ணளவுப் பெறுமானத்துடன் ஒப்பிடுக.

* * *

(07) கணிதம்
வினாத்தாள் II
பகுதி A

1. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 4 & 4 & x+1 \\ 3 & x+1 & x+2 \end{vmatrix} = 0$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம். $A - 2B$, AC , BC ஆகியவற்றைக் காண்க.

$(A - 2B)\ C = AC - 2BC$ ஐ வாய்ப்புப் பார்க்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3. ஒரு குறித்த நுண்மதிப் பரீட்சையில் புள்ளிகளின் இடை 100 ஆகவும் நியம விலகல் 16 ஆகவும் உள்ள ஒரு செவ்வன் பரம்பல் பின்பற்றப்படுகின்றது. எல்லா நுண்மதிப் பரீட்சைப் புள்ளிகளினதும் ஆகவும் பெரிய 5% ஐ வரைப்புறும் துண்டிப்புப் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

4. ஒரு குறித்த பரம்பலின் இடை, இடையம், நியம விலகல் ஆகியன முறையே 61, 52, 10 ஆகும். ஓராயக் குணகத்தைக் கணித்து, பரம்பலின் வடிவம் பற்றி விமர்சிக்க. இப்பரம்பலுக்கு இடை மைய நாட்டத்தின் ஒரு நியாயமான அளவா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

5. ஓர் உற்பத்திச் செயன்முறையில் விசுக்கோத்துகள் 100 g, 200 g என்னும் இரு அளவுகளில் பொதி செய்யப்படுகின்றன. பொதி மாதிரிகளில் செய்யப்பட்ட சோதனைகளைக் கொண்டு பின்வரும் பொழிப்பு அளவுகள் கணிக்கப்பட்டன.

அளவு	மாதிரியின் பருமன்	மாதிரி இடை	நியம விலகல்
100 g	20	102 g	2.5 g
200 g	20	203 g	3.1 g

மாறற் குணகத்தைக் கணித்து, நிறைக்கேற்ப மேலும் இசைவான பொதியின் அளவைத் துணிக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது ஆயிடை $[a, 6a]$ மீது சீராகப் பரம்பியுள்ளது; இங்கு a ஒரு நேர் மாறிலி. X இன் பரம்பற் சார்பைக் காண்க.
வேறொரு தொடர் எழுமாற்று மாறி Y ஆனது ஆயிடை $[-2, 8]$ மீது சீராகப் பரம்பியுள்ளது. $P(X < 3) = P(Y < 4)$ எனின், a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7. ஒரு குறித்த வகை முழங்காற் சத்திரசிகிச்சைக்கு 75% வெற்றியீட்டுவதற்கான நேர்தகவு உள்ளது. நான்கு நோயாளிகளுக்கு இச்சத்திரசிகிச்சை மேற்கொள்ளப்பட்டது. செப்பமாக இரு நோயாளிகளுக்கு மாத்திரம் இச்சத்திரசிகிச்சை வெற்றியீட்டுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. எழுமாற்று மாறி X இற்குப் பின்வரும் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் உள்ளது.

$\boldsymbol{x}$	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	p	0.2	q	0.3	0.1

$E(X) = 3.1$ எனின், p, q ஆகியவற்றைக் காண்க. $\text{Var}(X)$ ஐக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

9. A, B ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி S இன் இரு நிகழ்ச்சிகளெனக் கொள்வோம். $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$, $P(A) = P(A|B') = \frac{7}{15}$ எனின், $P(B|A)$, $P(B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

A, B ஆகிய இரு நிகழ்ச்சிகளும் சாராதனவா எனத் துணிக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. எழுமாற்று மாறி X இற்கு k ஒரு மாறிலியாக உள்ள $f(x) = \begin{cases} x - k, & 0 \leq x \leq 2 \text{ எனின்} \\ 0, & \text{அவ்வாறு இல்லாதபோது} \end{cases}$ இனால் தரப்படும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ உள்ளது. $k = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டி, X இன் இடையைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

* *

பகுதி **B**

11. ஒரு கம்பனி ஒவ்வோர் உற்பத்திப் பொருளும் ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட 2 செயன்முறைகளினூடாகச் செல்ல வேண்டிய A, B என்னும் 2 வகை உற்பத்திப் பொருள்களை உற்பத்திசெய்கின்றது. உற்பத்திப் பொருள்கள் ஒவ்வொன்றையும் உற்பத்தி செய்வதற்கு ஒவ்வொரு செயன்முறையிலும் எடுக்கும் நேரம் உற்பத்திப் பொருளின் வகையைச் சார்ந்துள்ளது. A, B ஆகிய உற்பத்திப் பொருள்களின் ஒவ்வோர் அலகையும் உற்பத்தி செய்வதற்கு ஒவ்வொரு செயன்முறையிலும் தேவைப்படும் மணித்தியால எண்ணிக்கையும் ஒவ்வொரு செயன்முறையினாலும் ஒரு வாரத்திற்குக் கையாளப்படத்தக்க வேலை மணித்தியால எண்ணிக்கையும் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

		ஓர் அலகை உற்பத்தி செய்வதற்குத் தேவைப்படும் நேரம் (மணித்தியாலம்)		**செயன்முறை ஒரு வாரத்திற்குக் கையாளத்தக்க வேலை மணித்தியால எண்ணிக்கை**
		செயன்முறை 1	**செயன்முறை 2**	
உற்பத்திப் பொருள்	A	2	4	40
	B	4	4	32

கம்பனி A, B ஆகிய உற்பத்திப் பொருள்கள் ஒவ்வொன்றிலும் குறைந்தபட்சம் 2 அலகுகளையேனும் உற்பத்திசெய்ய வேண்டியுள்ளதெனக் கொள்க.

A, B ஆகிய உற்பத்திப் பொருள்களுக்கு ஓர் அலகிற்கான இலாபம் முறையே ரூ. 10, ரூ. 5 ஆகும். உற்பத்தி செய்யப்படும் எல்லா அலகுகளும் விற்கப்படத்தக்கன எனக் கொள்க. மொத்த இலாபத்தை உயர்ந்தபட்சமாக்குவதற்கு ஒவ்வோர் உற்பத்திப் பொருளிலும் ஒரு வாரத்தில் உற்பத்தி செய்ய வேண்டிய அலகுகளின் எண்ணிக்கையைத் துணிய வேண்டியுள்ளது.

(a) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப் பிரசினமாகச் சூத்தரிக்க.

(b) இயல்தகு பிரதேசத்தைப் பரும்படியாக வரைந்து, **அதிலிருந்து,** பிரசினத்தை வரைபு முறையாகத் தீர்க்க.

12. (a) $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}, X=\begin{pmatrix}x & 2\\ 3 & -y\end{pmatrix}$, எனின், $AX=XB$ ஆக இருக்குமாறு x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம். $A^2-4A=5I$ எனக் காட்டுக; இங்கு I ஆனது வரிசை 3 ஆன சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, $BA=I$ ஆக இருக்குமாறு வரிசை 3 ஆன சதுரத் தாயம் B ஐக் காண்க.

பின்வரும் ஏகபரிமாணச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியைக் கருதுக :

$$\begin{aligned} x+2y+2z&=-1,\\ 2x+y+2z&=2,\\ 2x+2y+z&=-1.\end{aligned}$$

$C=\begin{pmatrix}-1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}$ எனவும் $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ எனவும் கொண்டு தாயச் சமன்பாடு $AX=C$ ஆனது மேற்குறித்த ஏகப்பரிமாணச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியை வகைகுறிக்கின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, மேற்குறித்த ஏகபரிமாணச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியைத் தீர்க்க.

13. (*a*) மூன்று அட்டைகள் 1, 3, 4 என இலக்கமிடப்பட்டுள்ளன. ஒரு விளையாட்டு ஓர் அட்டையை எழுமாற்றாக எடுத்து 1, 2, 3, 4, 5, 6 என இலக்கமிடப்பட்டுள்ள ஆறு முகங்கள் உள்ள ஒரு கோடாத தாயக் கட்டையை உருட்டுவதைக் கொண்டுள்ளது. தெரிந்தெடுத்த அட்டையின் இலக்கம் x எனவும் தாயக் கட்டையின் மேல் முகத்தின் இலக்கம் y எனவும் கொள்வோம். A, B என்னும் நிகழ்ச்சிகள் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளன:

A : $x \geq y$

B : $x + y$ ஓர் இரட்டை எண்.

(i) $P(A)$, $P(B)$, $P(A|B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ii) A உம் B உம் தம்முள் புறநீக்குகின்றனவா எனத் துணிக.

(*b*) (i) "COEFFICIENT" என்னும் சொல்லின் பதினொரு எழுத்துகளினாலும் ஆக்கப்படத்தக்க ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) "COEFFICIENT" என்ற சொல்லின் பதினொரு எழுத்துகளில் நான்கு எழுத்துகளினால் ஆக்கப்படத்தக்க ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

14. (*a*) ஐஸ் கிறீம் விற்பனையாளர் ஒருவர் விடுமுறை வார இறுதிக்காக மேலதிக இருப்புகளுக்காகக் கட்டளையிட வேண்டுமா என்பது பற்றித் தீர்மானிக்க வேண்டும். கடந்தகால அனுபவங்களுக்கேற்ப, வானிலை வெயிலார்ந்ததாக இருந்தால், அவருடைய இருப்பு எல்லாம் விற்கப்படுவதற்கு 85% நேர்தகவு இருக்கும் என்பதை அவர் அறிவார். முகிலார்ந்ததாக இருந்தால், அவருடைய நேர்தகவு 65% ஆக இருக்கும் அதே வேளை மழை பெய்தால், அவருடைய நேர்தகவு 10% மாத்திரமாகும். வானிலை முன்னறிவிப்புகளுக்கேற்ப வெயிலார்ந்ததாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 40% உம் முகிலார்ந்ததாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 35% உம் மழை பெய்வதற்கான நிகழ்தகவு 25% உம் ஆகும்.

(i) விற்பனையாளர் தனது எல்லா ஐஸ் கிறீம் இருப்பையும் விற்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(ii) விற்பனையாளர் தனது எல்லா ஐஸ் கிறீம் இருப்பையும் விற்றுள்ளதாகத் தரப்படின், வானிலை வெயிலார்ந்ததாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(*b*) நபர்களைக் குறை நிறை, சாதாரண நிறை, மிகை நிறை எனப் பாகுபடுத்துவதற்கு உடல் திணிவுச் சுட்டி (BMI) பயன்படுத்தப்படுகின்றது. வகைப்படுத்தல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

குறை நிறை : BMI $\leq$ 18.5 எனின்,

சாதாரண நிறை : 18.5 $<$ BMI $<$ 25.0 எனின்,

மிகை நிறை : BMI $\geq$ 25.0 எனின்.

ஒரு குறித்த குடித்தொகையில் உடல் திணிவுச் சுட்டியானது இடை 20 உடனும் நியம விலகல் 4 உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது.

(i) மேற்குறித்த நிறை வகுதிகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் உரிய நபர்ச் சதவீதத்தைக் கணிக்க.

(ii) மேலே விவரித்த குடித்தொகையிலிருந்து 200 நபர்கள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டால், தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட நபர்களிடையே எத்தனை குறை நிறை நபர்கள் இருப்பதாக எதிர்பார்க்கலாம்?

15. காப்புறுதி ஒப்பந்தத்தைக் கொண்டுள்ள ஒருவர் ஒரு மாதத்தில் 2 நட்டஈட்டுக் கோரிக்கைகளைச் சமர்ப்பிப்பதற்கான இயல்தகவு 3 நட்டஈட்டுக் கோரிக்கைகளைச் சமர்ப்பிப்பதற்கான இயல்தகவின் இருமடங்கெனக் கொள்க. அவர் ஒரு மாதத்தில் சமர்ப்பிக்கும் கோரிக்கைகளின் எண்ணிக்கை X ஆனது நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பு $P(X = x) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2$ .... இற்கு என்னும் புவசோன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றதெனக் கொள்க.

(a) λ ஐக் காண்க.

(b) அவர் ஒரு மாதத்தில் குறைந்தபட்சம் ஒரு நட்டஈட்டுக் கோரிக்கையையேனும் சமர்ப்பிப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (நீர் $e^{-5} \cong 0.6065$ என எடுக்கலாம்.)

(c) அவர் இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாதமும் தொடர்ச்சியாக நட்டஈட்டுக் கோரிக்கைகளைச் சமர்ப்பித்தால், ஓர் ஆண்டில் அவர் சமர்ப்பிப்பார் என எதிர்பார்க்கும் கோரிக்கைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

16. ஐம்பது குடும்பங்களின் மாத வருமானங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் பொழிப்பாக்கப்பட்டுள்ளன.

வருமானம் (ரூபா)	குடும்ப எண்ணிக்கை
10 000 - 14 999	2
15 000 - 19 999	8
20 000 - 24 999	15
25 000 - 29 999	9
30 000 - 34 999	6
35 000 - 39 999	5
40 000 - 44 999	3
45 000 - 49 999	2

(i) ஓர் உகந்த குறிமுறையைப் பயன்படுத்தி மாத வருமானத்தின் இடை, இடையம், ஆகாரம் ஆகியவற்றைக் கணிக்க.

(ii) மாத வருமானத்தின் காலணையிடை வீச்சை மதிப்பிடுக.

(iii) ரூ. 20 000 இலும் குறைந்த மாத வருமானமுள்ள குடும்பங்கள் கீழ் வருமானக் குடும்பங்களாகக் கருதப்படுகின்றன. கீழ் வருமானக் குடும்பங்களின் சதவீதத்தைக் கணிக்க.

(iv) கீழ் வருமானக் குடும்பங்கள் எல்லாவற்றுக்கும் மாத வருமானத்தை ரூ. 20 000 வரைக்கும் உயர்த்துவதற்கு உதவிப்பணம் வழங்கப்பட்டது. இவ்வுதவிப்பணத்தை வழங்கிய பின்னர் குடும்பங்களின் மாத வருமானத்தின் காலணையிடை வீச்சு யாது?

17. ஒரு செயற்றிட்டத்தின் செயற்பாடுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்புடைமைகளும் ஒவ்வொரு செயற்பாட்டுக்கு மான கால அளவுகளும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

செயற்பாடு	உடனடி முற்செயல்கள்	கால அளவு (வாரங்களில்)
A	−	2
B	*A*	3
C	*A*	5
D	*B*	8
E	*B, C*	4
F	*E*	6
G	*D, F*	7
H	*G*	9

(i) செயற்றிட்ட வலையமைப்பை அமைக்க.

(ii) செயற்றிட்டத்தின் அவதிச் செயற்பாடுகளை எழுதுக.

(iii) முந்திய தொடக்க நேரம், முந்திய முடிப்பு நேரம், பிந்திய தொடக்க நேரம், பிந்திய முடிப்பு நேரம், மிதப்பு ஆகியன உட்பட ஒவ்வொரு செயற்பாட்டுக்குமான நேர அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

(iv) செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்தக் காலத்தை நீடிக்காமல் தாமதிக்க முடியாத செயற்பாடுகள் யாவை?

* * *