සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

රහස්‍ය ලේඛනයකි.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2023(2024)

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

G. C. E (Advanced Level) Examination – 2023 (2024)

10 - Combined Mathematics I

Distribution of Marks

Paper I

Part A	**= 10 × 25**	**=**	**250**
Part B	**= 05 × 150**	**=**	**750**
Total	**=**	$\frac{1000}{10}$	
Final marks	**=**	**100**	

Common Techniques of Marking Answer Scripts.

It is compulsory to adhere to the following standard method in marking answer scripts and entering marks into the mark sheets.

1. Use a red color ball point pen for marking. (Only Chief/Additional Chief Examiner may use a mauve color pen.)
2. Note down Examiner's Code Number and initials on the front page of each answer script.
3. Write off any numerals written wrong with a clear single line and authenticate the alterations with Examiner's initials.
4. Write down marks of each subsection in a △ and write the final marks of each question as a rational number in a □ h the question number. Use the column assigned for Examiners to write down marks.

Example: **Question No. 03**

(i) ..... √ $\frac{4}{5}$

(ii) ..... √ $\frac{3}{5}$

(iii) ..... √ $\frac{3}{5}$

03 (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\frac{10}{15}$

MCQ answer scripts: (Template)

1. Marking templets for G.C.E.(A/L) and GIT examination will be provided by the Department of Examinations itself. Marking examiners bear the responsibility of using correctly prepared and certified templates.
2. Then, check the answer scripts carefully. If there are more than one or no answers Marked to a certain question write off the options with a line. Sometimes candidates may have erased an option marked previously and selected another option. In such occasions, if the erasure is not clear write off those options too.
3. Place the template on the answer script correctly. Mark the right answers with a 'V' and the wrong answers with a 'X' against the options column. Write down the number of correct answers inside the cage given under each column. Then, add those numbers and write the number of correct answers in the relevant cage.

Structured essay type and assay type answer scripts:

1. Cross off any pages left blank by candidates. Underline wrong or unsuitable answers. Show areas where marks can be offered with check marks.

2. Use the right margin of the overland paper to write down the marks.
3. Write down the marks given for each question against the question number in the relevant cage on the front page in two digits. Selection of questions should be in accordance with the instructions given in the question paper. Mark all answers and transfer the marks to the front page, and write off answers with lower marks if extra questions have been answered against instructions.

4. Add the total carefully and write in the relevant cage on the front page. Turn pages of answer script and add all the marks given for all answers again. Check whether that total tallies with the total marks written on the front page.

Preparation of Mark Sheets.

Except for the subjects with a single question paper, final marks of two papers will not be calculated within the evaluation board this time. Therefore, add separate mark sheets for each of the question paper. Write paper 01 marks in the paper 01 column of the mark sheet and write them in words too. Write paper II Marks in the paper II Column and wright the relevant details.

***

1. $u_1 = 2$ හා සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_{n+1} = u_n + 2n$ යැයි ගනිමු. **ගණිත අගැනුන** මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_n = n^2 - n + 2$ බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ සඳහා

$$\text{ව.ප.} = u_1 = 2$$
$$\text{ද. ප} = 1^2 - 1 + 2 = 2 \quad \Big\} \quad (5)$$

$\therefore$ ප්‍රතිඵලය $n = 1$. සඳහා සත්‍ය වේ.

ඕනෑම $k \in \mathbb{Z}^+$ ප්‍රතිඵලය $n = k$ සඳහා සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

i.e. $u_k = k^2 - k + 2$. (5)

$$u_{k+1} = u_k + 2k \quad (5)$$

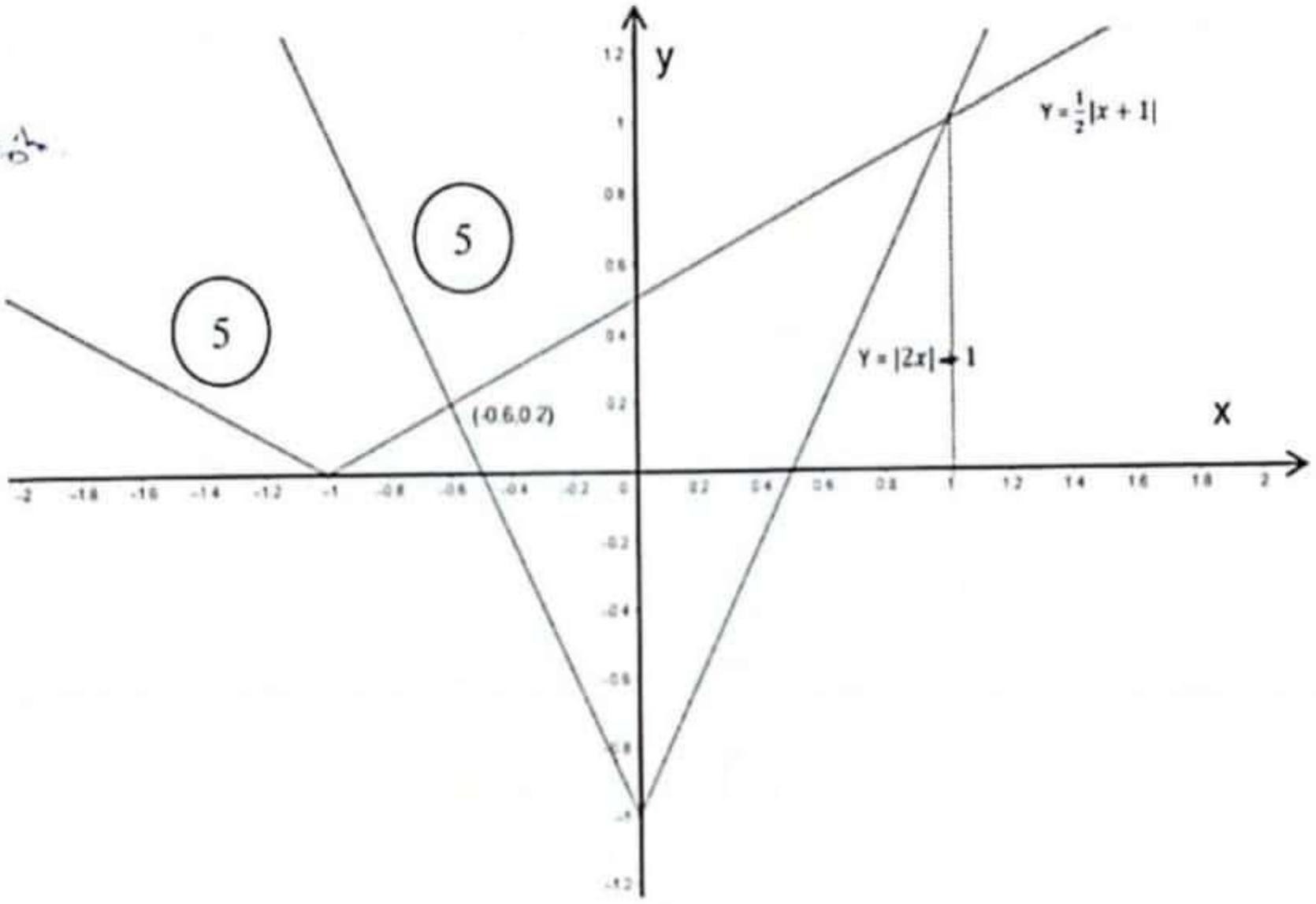
$$= k^2 - k + 2 + 2k = k^2 + k + 2$$

$$= (k+1)^2 - (k+1) \quad (5)$$

ඒ නයින්, $n = k$, සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් එය $n = k + 1$ සඳහාද සත්‍ය වේ. ප්‍රතිඵලය $n = 1$ සඳහා සත්‍ය බව සාධනය කර ඇත.

ඒ නයින් ගණිතමය අභිගුහන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

2. එකම රූප සටහනක $y=\frac{1}{2}|x+1|$ හා $y=|2x|-1$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $4|x|-|x+1| \leq 2$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.



පෙදුන ලක්ෂ්‍ය සඳහා,

$\frac{1}{2}(x+1)=2x-1$ හා $\frac{1}{2}(x+1)=-2x-1$.

$\therefore x+1=4x-2$ හා $x+1=-4x-2$.

$\therefore x=1$ හා $x=-\frac{3}{5}$. (5) දෙකටම රේඛා සිරස්ව කැපෙන බවයි

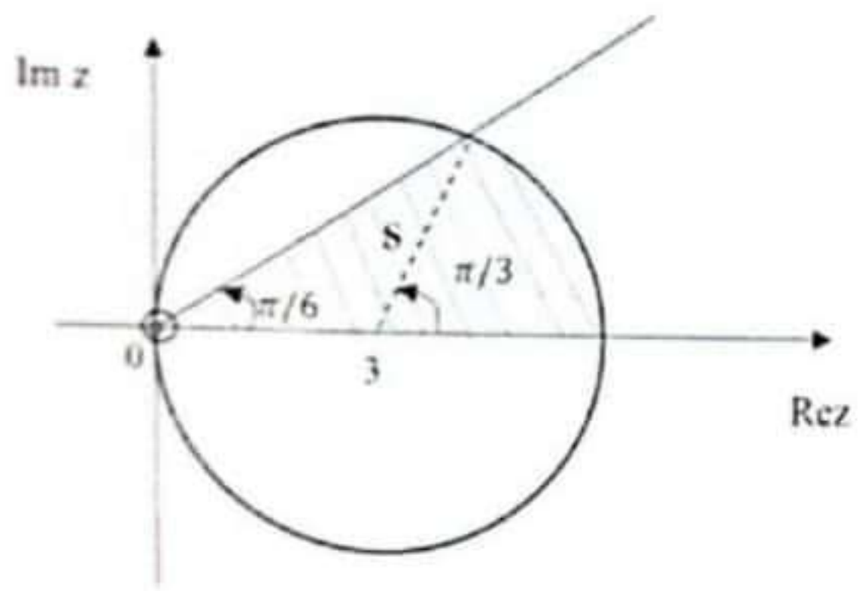
$4|x|-|x+1| \leq 2$

$\Leftrightarrow |2x|-1 \leq \frac{1}{2}|x+1|$ (5)

$\Leftrightarrow -\frac{3}{5} \leq x \leq 1.$ (5)

3. $|z-3| \leq 3$ සහ $0 \leq \text{Arg } z \leq \frac{\pi}{6}$ යන අසමානතා සපයන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයේ S ප්‍රදේශය අඳුරු කරන්න.

මෙහි, S හි වර්ගඵලය ද සොයන්න.



5

අර්ධ රේඛාව 5

0 දී y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තය 5

0 හිදි සිදුරක් සහිත පෙරදසට 5

S හි වර්ගඵලය $= \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 9 \times \frac{\pi}{3}\right)$

$= \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{3\pi}{2}$

4. $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^{-3} හි සංගුණකය, x^{-2} හි සංගුණකය මෙන් තුන්ගුණයක් බව පෙන්වන්න.

$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$

සාධාරණ පදය $= {}^{10}C_r \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{10-r}$ ← (5)

$= {}^{10}C_r \cdot \frac{1}{3^{\frac{10-r}{2}}} \cdot x^{-\frac{r}{2}}$

r = 6

x^{-3} හි සංගුණකය $= {}^{10}C_6 \cdot \frac{1}{3^2} = A$ (5)

r = 4

x^{-2} හි සංගුණකය $= {}^{10}C_4 \cdot \frac{1}{3^3} = B$ (5)

(5)

${}^{10}C_6 = {}^{10}C_4$, බැවින් $3B = A$. (5)

5. $\lim_{x\to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} = \frac{\pi^2}{2}$ බව සෙවවන්න.

$$\lim_{x\to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} = \lim_{x\to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} \cdot \frac{(1-\cos \pi x)}{(1-\cos \pi x)} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\sin^2 \pi x}{(x-1)^2} \cdot \frac{1}{(1-\cos \pi x)} \quad (5)$$

$$= \lim_{x\to 1} \pi^2 \frac{\sin^2 \pi (x-1)}{\pi^2 (x-1)^2} \cdot \frac{1}{(1-\cos \pi x)} \quad (5)$$

$$= \pi^2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{\pi^2}{2}$$

විකල්ප ක්‍රමය

$$\lim_{x\to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} = \lim_{x\to 1} \frac{2\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{(x-1)^2}, \quad \text{මෙහි } u = x-1. \quad (5)$$

$$= \lim_{u\to 0} \frac{2\cos^2\left(\frac{\pi}{2}(u+1)\right)}{u^2} \quad (5)$$

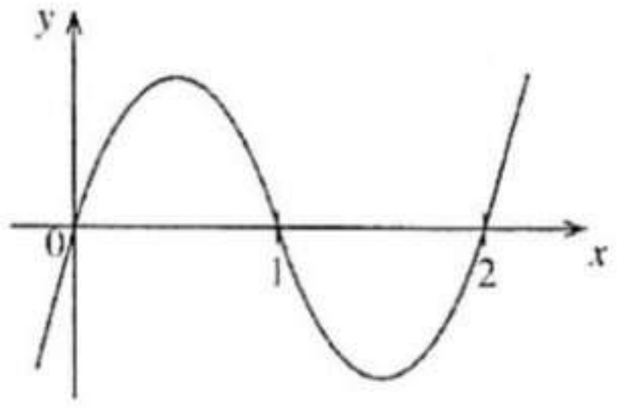
$$= \lim_{u\to 0} \frac{2\sin^2\left(\frac{\pi u}{2}\right)}{u^2} \quad (5)$$

$$= \lim_{u\to 0} 2\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi u}{2}\right)}{\frac{\pi u}{2}}\right]^2 \cdot \frac{\pi^2}{4} \quad (5)$$

$$= 2 \times 1 \times \frac{\pi^2}{4} \quad (5)$$

$$= \frac{\pi^2}{2}$$

6. $f(x) = x(x-1)(x-2)$ යැයි ගනිමු. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් යාබද රූපයේ දී ඇත:



$\int_0^2 |f(x)|\,dx$ සොයන්න.

$$\int_0^2 |f(x)|\,dx = \int_0^1 x(x-1)(x-2)dx + \int_1^2 [-x(x-1)(x-2)]dx$$

(5) (5)

$$= \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx - \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx \quad (5)$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}\right)\Big|_0^1 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}\right)\Big|_1^2 \quad (5)$$

$$= \left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right) - \left[(4 - 8 + 4) - \left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right)\right] \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2}$$

$\int_0^2 f(x)\,dx$ ලබා ගැනීම සඳහා (5) (5) ලකුණු

7. $a > 0$ යැයි ද C යනු $0 < \theta < \pi$ සඳහා $x = a(\theta - \sin\theta)$ හා $y = a(1 - \cos\theta)$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ද ගනිමු. $\frac{dy}{dx} = \cot\frac{\theta}{2}$ බව පෙන්වන්න.

θ ඇසුරෙන් $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයා C යට අවතල බව **අපෝහනය** කරන්න.

$x = a(\theta - \sin\theta)$ හා $y = a(1 - \cos\theta)$

5 $\frac{dx}{d\theta} = a(1 - \cos\theta$ හා $\frac{dy}{d\theta} = a\sin\theta$ 5

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{a\sin\theta}{a(1-\cos\theta)}$$ 5

$$= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$$= \cot\frac{\theta}{2}$$ 5

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\cot\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{d}{d\theta}\left(\cot\frac{\theta}{2}\right) \cdot \frac{d\theta}{dx}$$ 5

$$= -\frac{1}{2}\,cosec^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \frac{1}{a(1-\cos\theta)} < 0 \quad \text{for } 0 < \theta < \pi.$$

$\therefore$ C යට අවතල වේ. 5

8. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $2y-x-2=0$ හා $y+2x-6=0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු.
l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය ද. $(-4,4)$ ලක්ෂ්‍යය ද හරහා යන l_3 සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.
තවද, l_3 යනු l_1 හා l_2 අතර කෝණයක සමච්ඡේදකය බව ද පෙන්වන්න.

l_3 හි සමීකරණය

$2y - x - 2 + \lambda(y + 2x - 6) = 0$, මෙවා $\lambda \in \mathbb{R}$ ආකාරයෙන් වේ. (5)

l_3 , (-4,4) හරහා යන බැවින්

$8 + 4 - 2 + \lambda(4 - 8 - 6) = 0.$ (5)
$\therefore \lambda = 1$

$\therefore l_3 : 2y - x - 2 + y + 2x - 6 = 0.$ (5)

$\therefore$ l_3 සමීකරණය $3y + x - 8 = 0$ වේ.

කෝණ සමච්ඡේදක

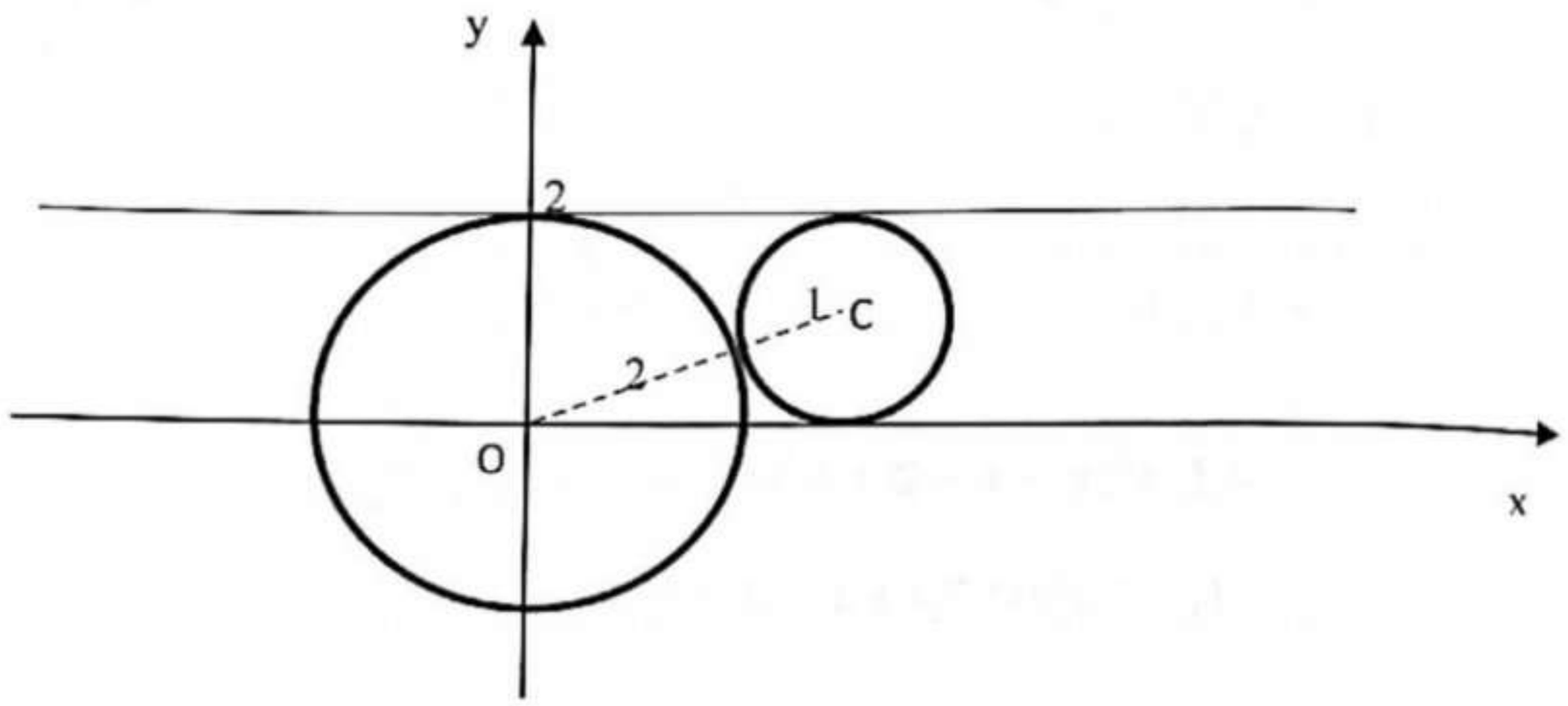
$$\frac{2y - x - 2}{\sqrt{5}} = \pm\frac{y + 2x - 6}{\sqrt{5}}$$ (5)

මගින් දෙනු ලැබේ.

(-) ලකුණ $3y + x - 8 = 0$ ලබාදෙයි. (5)

$\therefore$ l_1 හා l_2 අතර කෝණ සමච්ඡේදකයක් l_3 වේ.

9. $x^2 + y^2 = 4$ වෘත්තය බාහිරව ස්පර්ශ කරන හා $y = 0$ හා $y = 2$ රේඛා ද ස්පර්ශ කරන වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.



අවශ්‍ය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $C \equiv (x_0, 1) \quad (x_0 \in \mathbb{R})$ (5)

හා අරය $=1$. (5)

වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන බැවින්,

$$OC = 2 + 1$$
$$= 3 \quad (5)$$

$OC^2 = x_0^2 + 1$, බැවින් $x_0^2 + 1 = 9$ වේ.

$\therefore x_0 = \pm 2\sqrt{2}$ (5)

∴අවශ්‍ය සමීකරණ

$(x - 2\sqrt{2})^2 + (y - 1)^2 = 1$, හා
$(x + 2\sqrt{2})^2 + (y - 1)^2 = 1.$

(5) ← දෙකටම

10. x සඳහා විසඳන්න: $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{24}$.

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{24}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(x+\frac{7\pi}{24}\right)\cos\frac{\pi}{24}=\cos\frac{\pi}{24} \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{7\pi}{24}\right)=\frac{1}{2} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{7\pi}{24}\right)=\sin\frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{7\pi}{24}=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}, \quad \text{මෙහි } n\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}-\frac{7\pi}{24}, \quad \text{මෙහි } n\in\mathbb{Z} \quad (5)$$

11.(*a*) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a > 0$ සහිතව $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x)$ හි අවම අගය $-\frac{\Delta}{4a}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\Delta = b^2 - 4ac$ වේ.

p හා q යනු ඕනෑම තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි ද $r \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු. තවද, $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) = px^2 + 2\sqrt{pq}\,x + qr$ යැයි ද ගනිමු.

$g(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල නොමැති බව දී ඇත. $r > 1$ බව පෙන්වන්න.

එන්, $g(x)$ හි අවම අගය q බව දී ඇත. $r = 2$ බව පෙන්වන්න.

$y = x + 1$ සරල රේඛාව $r = 2$ වන $y = g(x)$ වක්‍රයට $(0, 1)$ ලක්ෂ්‍යයෙහිදී වූ ස්පර්ශ රේඛාව නම්, p හා q හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද, $p(x)$ යනු මාත්‍රය 4 වූ බහුපදයක් යැයි ද ගනිමු. $(x - a)$ යන්න $p(x)$ හා $p'(x)$ යන දෙකෙහිම සාධකයක් නම්, $(x - a)^2$ යන්න $p(x)$ හි සාධකයක් වන බව පෙන්වන්න; මෙහි $p'(x)$ යනු $p(x)$ හි x විෂයයෙන් වූව්‍යුත්පන්නය වේ.

$x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + 8$ යැයි ගනිමු. $(x - 2)^2$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

$f(-1)$ හි අගය සොයා, $f(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(*a*) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$

$= a\left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right\}$ (5)

$\geq -\frac{\Delta}{4a}$ (5) හා $x = \frac{-b}{2a}$ විට = වේ. (5)

$\therefore f(x)$ හි අවම අගය $= -\frac{\Delta}{4a}$ (5)

20

$g(x) = px^2 + 2\sqrt{pq}x + qr$

$g(x) = 0$ ට තාත්ත්වික මූල නොමැති බැවින් එහි විවේචකය < 0 වේ. (5)

$\therefore 4pq - 4pqr < 0.$ (5)

$\therefore 4pq(1 - r) < 0.$

$4pq > 0$, සහ $r > 1$. (5)

15

$g(x)$ හි අවම අගය $= -\frac{4pq\,(1-r)}{4p}$ (5)

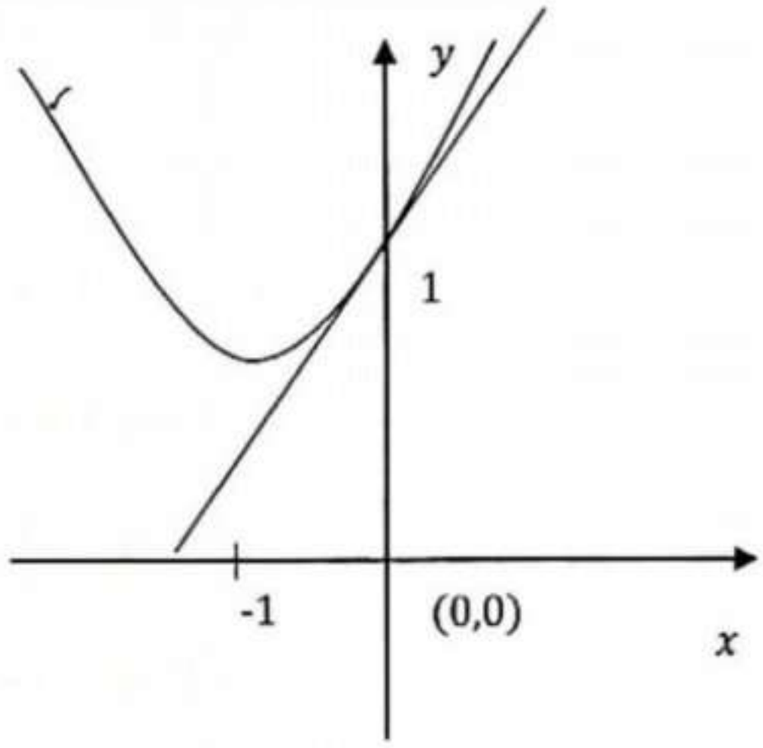
$=-q(1-r).$

$-q(1-r) = q$ බව පෙ අඟ. (5)

$\therefore r = 2.$ (5)

15

$g(x) = px^2 + 2\sqrt{pq}x + 2q$



(0,1) ලක්ෂය මත බැවින්,

$1 = 2q.$ $\therefore q = \frac{1}{2}$ (5)

$g'(x) = 2px + 2\sqrt{pq}$ (5)

$g'(0) = 2\sqrt{pq}$ (5)

$g'(0) = 1$ (5)

$\therefore 2\sqrt{pq} = 1$ (5)

$4pq = 1$

$p = \frac{1}{2}$ (5)

30

(b) $p(x) = (x-a).q(x)$, මෙහි $q\,(x)$ මාත්‍රය 3 වන බහුපදයකි. (5)

$p'(x) = (x-a).q'(x) + q(x)$ ----------(1) (5)

$(x-a)$ යන්න $p'(x)$ හි සාධකයක් බැවින්

$p'(a) = 0.$ (5)

$(1) \Rightarrow q(a) = 0$ (5)

$\therefore (x-a)$ යන්න $q(x)$ හි සාධකයකි. (5)

$\therefore q(x) = (x-a).r(x)$, මෙහි $r(x)$ මාත්‍රය 2 වූ බහුපදයකි.

$p(x) = (x-a)^2 r(x)$. (5)

30

$f(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + 8$

$f(2) = 16 - 8 - 24 + 8 + 8 = 0$ (5)

$\therefore (x-2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ . (5)

$f'(x) = 4x^3 - 3x^2 - 12x + 4$

$f'(2) = 32 - 12 - 24 + 4 = 0$ (5)

$\therefore (x-2)$ යන්න $f'(x)$ හි සාධකයක් වේ. (5)

$\therefore (x-2)^2$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. (5)

25

$f(-1) = 1 + 1 - 6 - 4 + 8 = 0$ (5)

$\therefore (x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ .

$\therefore f(x) = (x-2)^2 (x+1)(x+k)$, මෙහි $k \in \mathbb{R}$ (5)

දැන් $f(0) = 8 = 4k$.

$\therefore k = 2$. (5)

$\therefore f(x) = (x-2)^2 (x+1)(x+2)$.

15

12. (*a*) පිරිමි 8 දෙනෙකුගෙන් හා ගැහැනු 6 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමකින් පිරිමි 4 දෙනෙකුගෙන් හා ගැහැනු 4 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කමිටුවක් තෝරා ගත යුතුව ඇත.

(i) කමිටුව තෝරා ගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(ii) එබඳු කමිටුවක් තෝරා ගන්නේ යැයි සිතමු. පිරිමි ගැහැනුන් දෙදෙනෙකු එකලඟ වාඩි විය නොහැකි නම්, එම කමිටු සාමාජිකයන් පේළියකට වාඩි විය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(*b*) සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$ බව දී ඇත.

සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_n = n(n+1)(n+2)$ බව පෙන්වන්න.

සියලු $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r = \frac{1}{U_r}$ යැයි ගනිමු.

සියලු $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r = \frac{A}{r(r+1)} + \frac{B}{(r+1)(r+2)}$ වන පරිදි A හා B නාත්තවික නියත සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ. $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} V_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව නවදුරටත් පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\sum_{r=m}^{\infty} V_r = \frac{1}{24}$ වන පරිදි $m \in \mathbb{Z}^+$ සොයන්න.

10 10

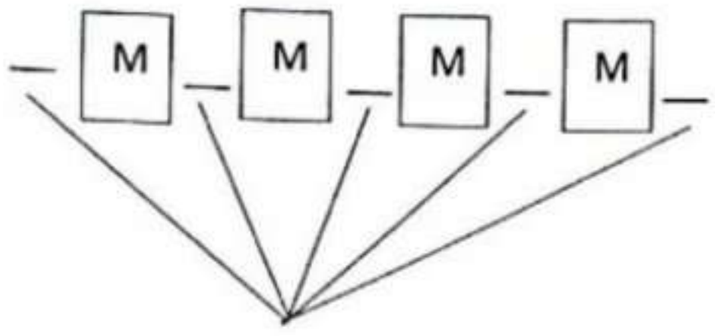
(*i*) ${}^8C_4 \times {}^6C_4$

$= \frac{8!}{4!\times4!} \times \frac{6!}{4!\times2!}$ 5

$= \frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2} \times \frac{6\times5}{2}$

$= 70 \times 15$ 5

$= 1050.$



මෙම ස්ථාන 5 න් 4 ක් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන = ${}^5C_4$

ඉඩලම = ${}^5C_4 \times 4! \times 4!$ (5)

(5) (5) (5)

=2880 (5)

25

(b) $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$.

$\sum_{r=1}^{n-1} U_r = \frac{(n-1)}{4}(n)(n+1)(n+2)$ for $n \geq 2$. (5)

$U_1 = \frac{1}{4}(2)(3)(4) = 6$.

(5)

$\therefore n \geq 2$ වලට $U_n = \sum_{r=1}^{n} U_r - \sum_{r=1}^{n-1} U_r$

$= \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3) - \frac{(n-1)}{4} n(n+1)(n+2)$ (5)

$= \frac{n}{4}(n+1)(n+2)[(n+3)-(n-1)]$.

$= n(n+1)(n+2)$. (5)

20

දැන්, $V_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ for all $r \in \mathbb{Z}^+$

$$\frac{1}{r(r+1)(r+2)} = \frac{A}{r(r+1)} + \frac{B}{(r+1)(r+2)}$$

$1 = A(r+2) + Br$, for all $r \in \mathbb{Z}^+$ (5)

$1 = (A+B)r + 2A$, for all $r \in \mathbb{Z}^+$

$r^1: A + B = 0$
$r^0: 1 = 2A$ } (5)

$A = \frac{1}{2}$, (5) $B = -\frac{1}{2}$ (5)

20

$\therefore V_r = \frac{\frac{1}{2}}{r(r+1)} - \frac{\frac{1}{2}}{(r+1)(r+2)}$

$r = 1$: $V_1 = \frac{1}{2}\left|\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}\right|$ (5)

$r = 2$: $V_2 = \frac{1}{2}\left|\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}\right|$

. . . .

. . . .

. . . .

$r = n-1$: $V_{n-1} = \frac{1}{2}\left|\frac{1}{(n-1)n} - \frac{1}{n(n+1)}\right|$ (5)

$r = n$: $V_n = \frac{1}{2}\left|\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right|$

$\sum_{r=1}^{n} V_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ (10)

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$

20

$\longrightarrow \frac{1}{4}$ as $n \longrightarrow \infty$. (5)

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} V_r$ අභිසාරී වන අතර එහි ඓකෘත $= \frac{1}{4}$ (5)

(5)

15

$$\sum_{r=m}^{n} V_r = \sum_{r=1}^{n} V_r - \sum_{r=1}^{m-1} V_r \quad (5)$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{2m(m+1)}\right\}$$

$$= \frac{1}{2m(m+1)}. \quad (5)$$

$$\therefore \frac{1}{2m(m+1)} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow m^2 + m - 12 = 0. \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow (m-3)(m+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 3 \text{ හෝ } m = -4$$

$$\therefore m = 3 \ (m \in \mathbb{Z}^+ \text{ වේවි}).$$

(5)

20

13.(*a*) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ද ගනිමු. $\mathbf{A}^{-1}$ පවතින බව පෙන්වා, $\mathbf{A}^{-1}$ ලියා දක්වන්න.

$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^{\mathrm{T}} = -\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ වන පරිදි වූ a හි අගය සොයන්න.

(ii) $\mathbf{BC} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ වන පරිදි වූ $\mathbf{C}$ නාශසය සොයන්න.

(*b*) $z \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු. z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\overline{z}$ හා z හි මාපාංකය $|z|$ අර්ථ දක්වන්න.

$|z| = 1$ නම්, $\overline{z} = \frac{1}{z}$ බව පෙන්වා. ඒනැම $w \in \mathbb{C}$ සඳහා $|z - w| = |1 - \overline{z}w|$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

දැන්, $z = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{3}i\right)$ යැයි ගනිමු. $|z|$ හා $\operatorname{Arg} z$ සොයන්න.

$|w| < 1$ හා $\operatorname{Arg} w = \alpha$ වන පරිදි $w \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ වේ.

එවිට එක් w සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් තෝරා ගනිමින්, $1, z, w$ හා $\overline{z}w$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය ආගන්ඩි සටහනක ලකුණු කර $|z - w| = |1 - \overline{z}w|$ වන්නේ ඇයි දැයි ජ්‍යාමිතිකව පැහැදිලි කරන්න.

(*c*) $n \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. $\dfrac{\left(\cos\frac{2\pi}{15} + i\sin\frac{2\pi}{15}\right)^n}{\left(\cos\frac{\pi}{15} + i\sin\frac{\pi}{15}\right)^7}$ හි තාත්ත්වික කොටස $\frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ n හි කුඩාතම අගය සොයන්න.

Ref A 9 or a

(a) $\begin{vmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 \neq 0 \ (\therefore a \in \mathbb{R})$ (5) (5)

$A^{-1} = \frac{1}{1+a^2}\begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ (5)

(5) (5)

25

(i) $A^{-1}B^T = \frac{1}{(1+a^2)}\begin{pmatrix}1 & -a\\ a & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ (5) ← B^T ලියා

$= \frac{1}{(1+a^2)}\begin{pmatrix}1-a & -1-a\\ a+1 & -a+1\end{pmatrix}$ (5) අවම වශයෙන්

මෙය $-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1 & 3\\ -3 & 1\end{pmatrix}$, ට සමාන බැවින්

$\frac{1-a}{1+a^2} = -\frac{1}{5}$ (5) හා $\frac{-1-a}{1+a^2} = -\frac{3}{5}$ (5)

$\Leftrightarrow 1 + a^2 = -5 + 5a$ හා $3 + 3a^2 = 5 + 5a$

$\Leftrightarrow a^2 - 5a + 6 = 0$ හා $3a^2 - 5a - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (a-2)(a-3) = 0$ හා $(a-2)(3a+1) = 0$ (5) දෙවම සමීකරණ සඳහා

$\Leftrightarrow (a = 2$ හෝ $a = 3)$ හා $(a = 2$ or $a = -\frac{1}{3})$

$\therefore a = 2.$ (5)

30

(ii) $C = B^{-1}\begin{bmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & -1 & 5\end{bmatrix}$ (5) C ලබා ගැනීමට

$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & -1 & 5\end{bmatrix}$ (5) ← B^{-1} ලියා

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & 2 & -2\\ 2 & 0 & 8\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 4\end{bmatrix}$ (5)

15

(*b*) Let $z = x + iy$, යැයි ගනිමු. මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$.

$\bar{z} = x - iy$ and $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(5) (5)

10

$|z| = 1$ බැයි ගනිමු.

එවිට $z\bar{z} = |z|^2 = 1$. (5)

$\therefore \bar{z} = \frac{1}{z}$. (5)

$|1 - \bar{z}w| = \left|1 - \frac{1}{z}w\right| = \frac{1}{|z|}|z - w| = |z - w|$

(5) (5)

20

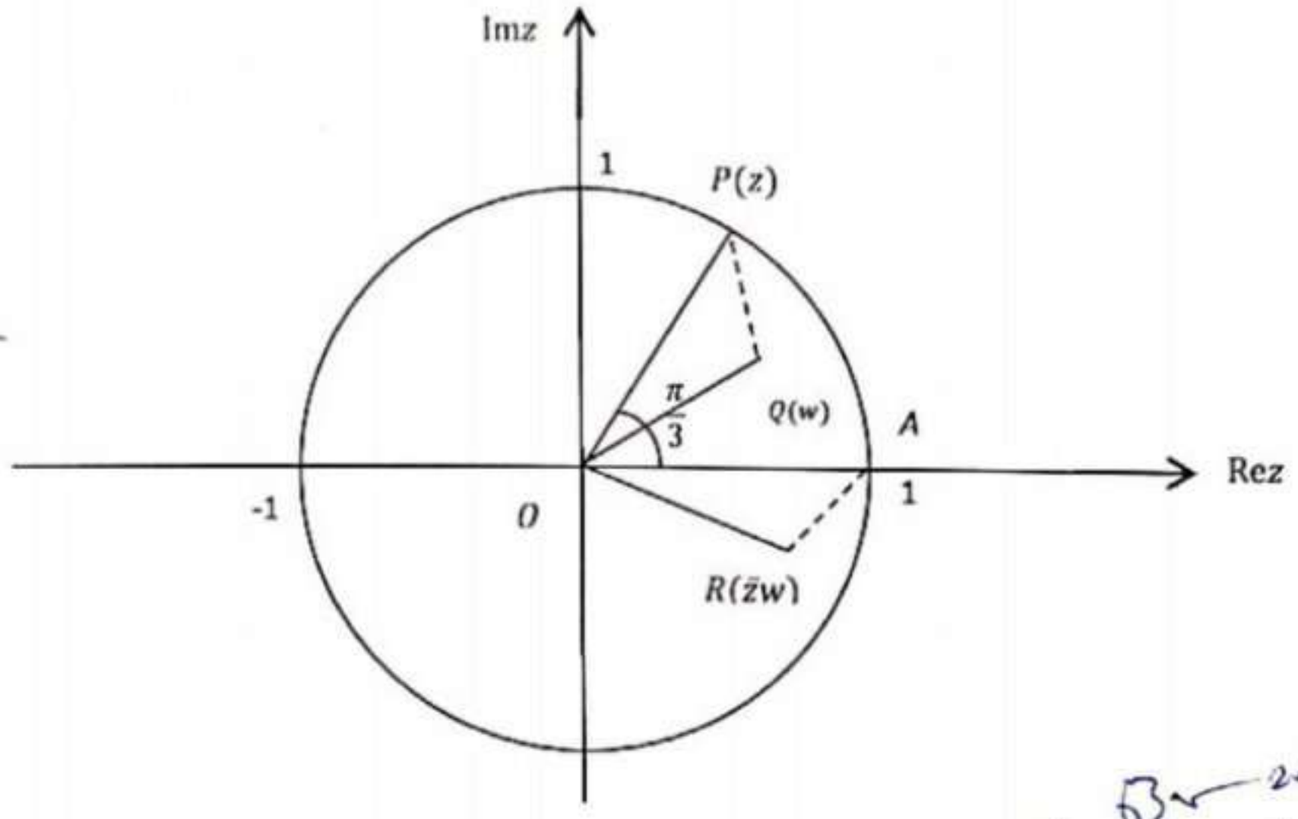
$z = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$

$|z| = \frac{1}{2}\sqrt{1+3} = 1$ (5)

$z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}$ (5)

$\therefore \text{Arg}\, z = \frac{\pi}{3}$ (5)

15



$\Delta OPQ \equiv \Delta OAR$ (5)

$\therefore AB = CD$

$\therefore |z - w| = |1 - \bar{z}w|$ (5)

10

(c)

$$\frac{\left(\cos\right]\frac{2\pi}{15}+i\sin\frac{2\pi}{15}\right)^{n}}{\left(\cos\frac{\pi}{15}+i\sin\frac{\pi}{15}\right)^{7}}=\frac{\left(\cos\frac{2n\pi}{15}+i\sin\frac{2n\pi}{15}\right)}{\left(\cos\frac{7\pi}{15}+i\sin\frac{7\pi}{15}\right)}$$ (5) (5)

$$=\cos\left(\frac{\pi}{15}(2n-7)\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{15}(2n-7)\right)$$ (

$$\therefore\ \cos\left(\frac{\pi}{15}(2n-7)\right)=\frac{1}{2}$$ (5)

පිළිතුර: $n=1$ (5)

25

14.(*a*) $a, p, q \in \mathbb{R}$ හා $p < q$ යැයි ගනිමු.

$x \in \mathbb{R} - \{p, q\}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{(ax+1)(x+2)}{(x-p)(x-q)}$ යැයි ගනිමු.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ $x = 1$ හා $x = -4$ බව දී ඇත. p හා q හි අගයන් ලියා දක්වන්න.

$y = 1$ යන්න $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයක් බව දී ඇති විට, $a = 1$ බව පෙන්වන්න.

a, p හා q හි මෙම අගයන් සඳහා $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

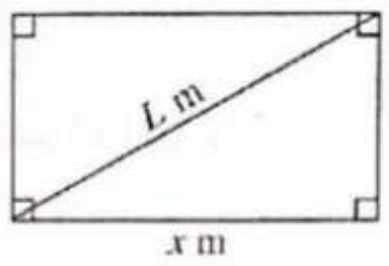
$g(x) = f(x) + 1$ යැයි ගනිමු.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = g(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$g(x)$ හි පරාසය ලියා දක්වන්න.

(*b*) වර්ගඵලය k m^2 වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෙදෙසක විකර්ණයක් දිගේ වැටක් සැදීමට අවශ්‍යව ඇත. සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග x m යැයි ගනිමු (රූපය බලන්න). වැටෙහි දිග L m යන්න $L^2 = x^2 + \dfrac{k^2}{x^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, L අවම වන්නේ $x = \sqrt{k}$ වන විට බව පෙන්වන්න.



(*a*) (5) (5)

$p = -4$ and $q = 1$

10

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{(ax+1)(x+2)}{(x+4)(x-1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(a+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}\right)}{\left(1+\frac{4}{x}\right)\left(1-\frac{1}{x}\right)}$$

$= a$ (5)

$\therefore a = 1$ (5)

10

$$f(x) = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+4)(x-1)}$$ (5)

$$\therefore f'(x) = \frac{(x+4)(x-1)(2x+3) - (x+1)(x+2)(2x+3)}{(x+4)^2(x-1)^2}$$ (5) (5)

$$= \frac{(2x+3)(x^2+3x-4) - (x^2+3x+2))}{(x+4)^2(x-1)^2}$$

$$= \frac{-6(2x+3)}{(x+4)^2(x-1)^2}$$ (5)

$\therefore f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ (5)

	$-\infty < x < -4$	$-4 < x < -\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2} < x < 1$	$1 < x < \infty$
Sign of $f'(x)$ $= \frac{-2(2x+3)}{(x+4)^2(x-1)^2}$	$\frac{(-)(-)}{(+)} = (+)$ (5)	$\frac{(-)(-)}{(+)} = (+)$ (5)	$\frac{(-)(+)}{(+)} = (-)$ (5)	$\frac{(-)(+)}{(+)} = (-)$ (5)
$f(x)$	↗	↗	↘	↘

(5) (5)

$(-\infty, -4)$ හා $\left(-4, -\frac{3}{2}\right]$ මත වැඩිවේ.

$\left[-\frac{3}{2}, 1\right)$ හා $(1, \infty)$ මත අඩුවේ.

15/25 ලකුණු දෙනු ලැබේ

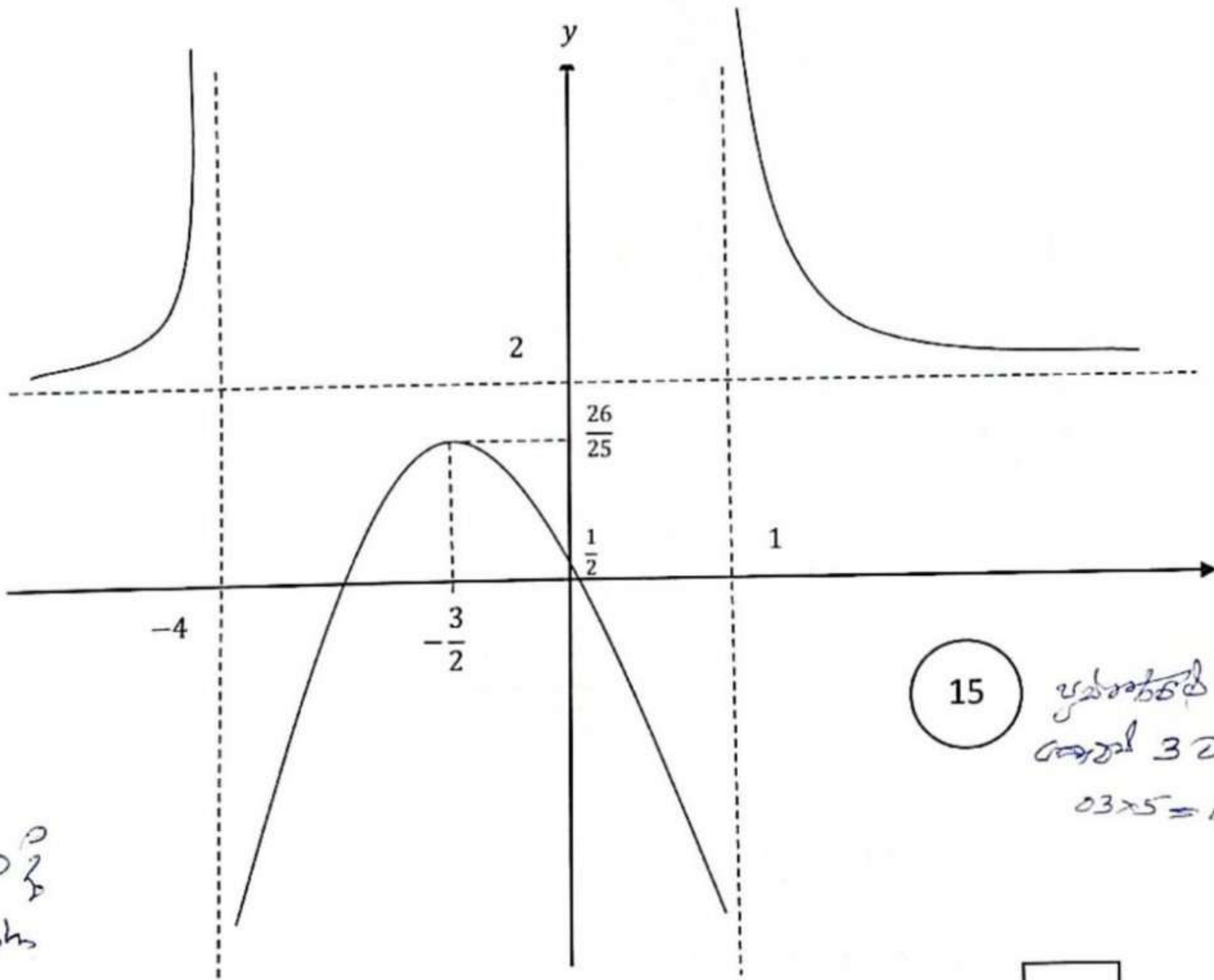
$g(x) = f(x) + 1$

$g'(x) = f'(x)$

ගැරැම් ලක්ෂය $\left(-\frac{3}{2}, \frac{26}{25}\right)$ (5) + (5)

$g\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{26}{25}$ (5)

$g(0) = \frac{1}{2}$



$y = g(x)$

(15) ප්‍රස්තාරය නිවැරදි නම් 3 ට (5)

03 × 5 = 15

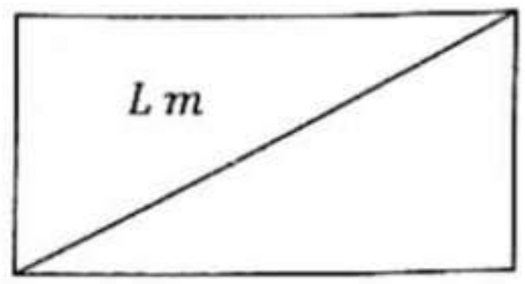
25

$g(x)$ හි පරාසය : $\left(-\infty, \frac{26}{25}\right] \cup (2, \infty)$.

(5) (5)

10

(a)



$y = \frac{k}{x}$ (5)

$L^2 = x^2 + y^2$ (5)

$= x^2 + \frac{k^2}{x^2}$ (5)

(5) $2L\frac{dL}{dx} = 2x - \frac{2k^2}{x^3}$ (5)

(5) $\frac{dL}{dx} = 0 \Leftrightarrow x^4 = k^2$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{k}$ (5)



$0 < x < \sqrt{k}; \frac{dL}{dx} < 0$

$\sqrt{k} < x < \infty; \frac{dL}{dx} > 0$

$x = \sqrt{k}$ වීට L අවම වේ. (5)

40

15. (a) $k \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\int \frac{1}{x^2(x-k)}\,dx$ සොයන්න.

(b) $\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx$ ට කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\{2\sin(\ln x)+\cos(\ln x)\}\,dx = e^{\pi}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $k>0$ යැයි ගනිමු. $x>0$ සඳහා $\frac{d}{dx}\left\{\left(k\sqrt{x}-1\right)e^{k\sqrt{x}}\right\} = \frac{k^2}{2}e^{k\sqrt{x}}$ බව පෙන්වන්න.

$I_k = \int_1^4 e^{k\sqrt{x}}\,dx$ යැයි ද ගනිමු. $I_k = \frac{2}{k^2}\left\{(2k-1)e^{2k}-(k-1)e^{k}\right\}$ බව පෙන්වන්න.

S යනු $y = e^{\sqrt{x}}$, $x=1$, $x=4$ හා $y=0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස යැයි ගනිමු.

S හි වර්ගඵලය $2e^2$ බව පෙන්වන්න.

S පෙදෙස x-අක්ෂය වටා මේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන ඝන වස්තුවේ පරිමාව ද සොයන්න.

(a)

$k \neq 0$ බව

$\frac{1}{x^2(x-k)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-k}$ (10)

$1 = Ax(x-k) + B(x-k) + cx^2$ (5)

$1 = (A+c)x^2 + (B-Ak)x - Bk$

සංගුණක සැසඳීමෙන්,

x^0: $1 = -Bk$

x^1: $0 = B - Ak$

x^2: $0 = A + C$

$B = -\frac{1}{k}, A = -\frac{1}{k^2}, C = \frac{1}{k^2}$

(5) (5) (5)

$\int \frac{1}{x^2(x-k)}dx = -\frac{1}{k^2}\int \frac{1}{x}dx \; -\frac{1}{k}\int \frac{1}{x^2}dx + \frac{1}{k^2}\int \frac{1}{(x-k)}dx$ (5)

$\int \frac{1}{x^2(x-k)}dx = -\frac{1}{k^2}\ln|x| + \frac{1}{kx} + \frac{1}{k^2}\ln|x-k| + D$; මෙහි D යනු අඛණ්ඩ නියතයකි. (15)

$k = 0$ විට

$\int \frac{1}{x^3}dx = \frac{x^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{2x^2} + D$; මෙහි D යනු අඛණ්ඩ නියතයකි.

(5)

55

(b)

$\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx$

$u = \sin(\ln(x)), \qquad dv = xdx$

$\frac{du}{dx} = \cos(\ln x)\frac{1}{x}, \qquad v = \frac{x^2}{2}.$

$= \left[\frac{x^2}{2}\sin(\ln(x))\right]_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} - \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{x^2}{2}\cos(\ln x)\,\frac{1}{x}dx$ (15)

$\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\sin(\ln(x))\right]_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} - \frac{1}{2}\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\cos(\ln x)\,dx$ (5)

$\frac{e^{\pi}}{2} = \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx + \frac{1}{2}\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\cos(\ln x)\,dx$ (10)

$\therefore \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\{2\sin(\ln x) + \cos(\ln x)\}dx = e^{\pi}$ (10)

40

(c)

$\frac{d}{dx}\left[(k\sqrt{x}-1)e^{k\sqrt{x}}\right] = \frac{1}{2}(k\sqrt{x}-1)e^{k\sqrt{x}}\,kx^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}e^{k\sqrt{x}}\,kx^{-\frac{1}{2}}$ (10)

$= \frac{k^2}{2}e^{k\sqrt{x}}$ (5)

15

$I_k = \int_1^4 e^{k\sqrt{x}}\,dx = \frac{2}{k^2}\left[(k\sqrt{x}-1)e^{k\sqrt{x}}\right]_1^4$ (10)

$I_k = \frac{2}{k^2}\{(2k-1)e^{2k} - (k-1)e^k\}$ (5)

15

S හි වර්ගඵලය $= \int_1^4 e^{\sqrt{x}}\,dx$ (5)

$= I_1$

$= 2\{(2-1)e^2\}$

$= 2e^2$ (5)

10

අවශ්‍ය පරිමාව $= \pi \int_1^4 e^{2\sqrt{x}}\,dx$ (10)

$= \pi I_2$

$= \frac{\pi}{2}\{(4-1)e^4 - (2-1)e^2\}$

$= \frac{\pi}{2}\{3e^4 - e^2\}$ (5)

15

---

16. $m \in \mathbb{R}$ යැයි ද, l යනු m අනුක්‍රමණය ලෙස ඇතිව $A \equiv (3, 1)$ ලක්ෂය හරහා යන රේඛාව යැයි ද සිතමු.

l හි සමීකරණය m ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

A හරහා $S_1 \equiv 5x^2 + 5y^2 - 10x + 10y + 6 = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශක දෙකක් පවතින බව පෙන්වා, ඒවා අතර සුර කෝණය සොයන්න.

B හා D යනු මෙම ස්පර්ශක $S_1 = 0$ වෘත්තය ස්පර්ශ කරන ලක්ෂය යැයි ද, C යනු $S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රය යැයි ද ගනිමු.

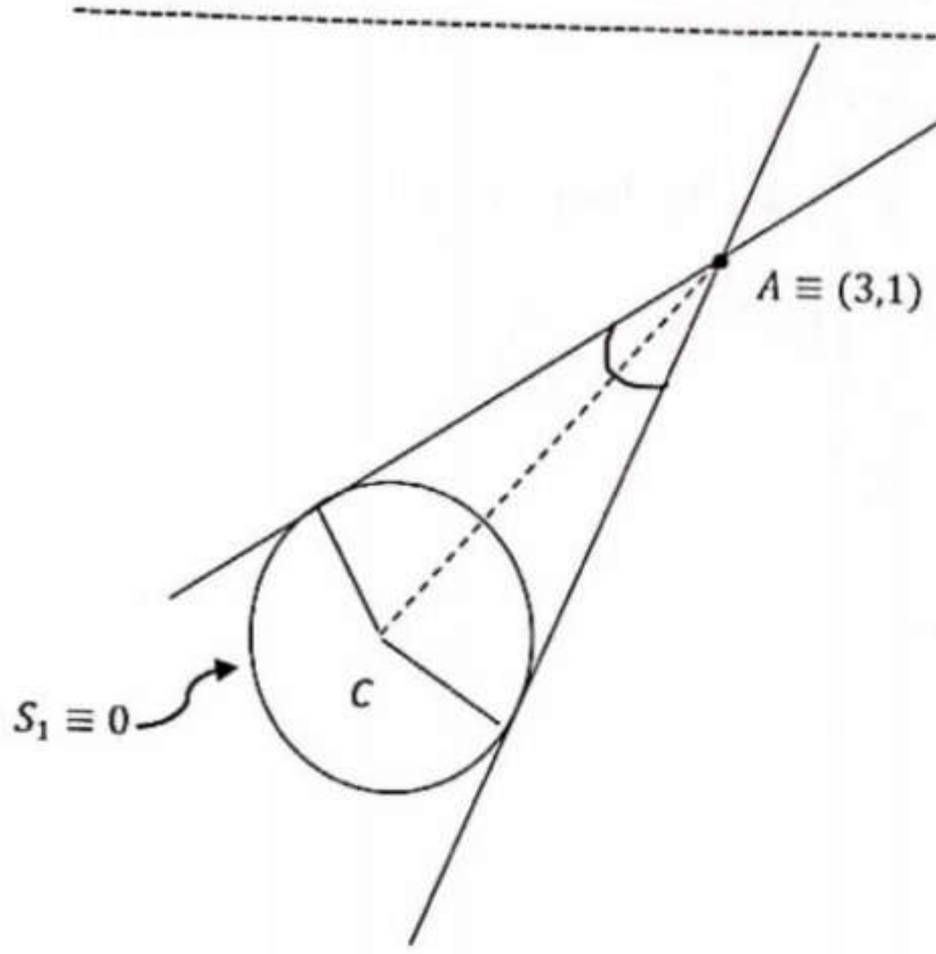
$ABCD$ යනු වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව පෙන්වා A, B, C හා D ලක්ෂය හරහා යන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

BD ස්පර්ශ ජ්‍යායෙහි සමීකරණය සොයා, B හා D හරහා යන $S_1 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$l: y - 1 = m(x - 3) - 3)$
i.e. $mx - y + 1 - 3m = 0$

10

10



$S_1 = 0$ නම්

$x^2 + y^2 - 2x + 2y + \frac{6}{5} = 0$ බව පෙන්වීම.

$S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රය $(1, -1)$

5

හා අරය $= \sqrt{2 - \frac{6}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

5

l රේඛාව $S_1 = 0$ ට ස්පර්ශකයක් වන්නේ

$\frac{|-1-m+3m-1|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ම නම් පමණි. (5)

(5) (5)

$\Leftrightarrow \frac{|2m-2|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow 5(m^2-2m+1) = 1+m^2$ (10)

$\Leftrightarrow 4m^2-10m+4 = 0$

$\Leftrightarrow 2m^2-5m+2 = 0$

$\Leftrightarrow (2m-1)(m-2) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ හෝ $m = 2$

(5) (5)

$\therefore A$ ඔරොත්තුව $S_1 = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශ වෙමා වදුකක් ඇත. (5)

55

ස්පර්ශක දෙක: $y-2x+5=0$ (5)

හා

$y-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=0$ වේ. (5)

එවා අතර කෝණය α යැයි ගනිමු.

එවිට $\tan\alpha = \left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right| = \frac{2-1/2}{1+1} = \frac{3}{4}$ (5)

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$. (5)

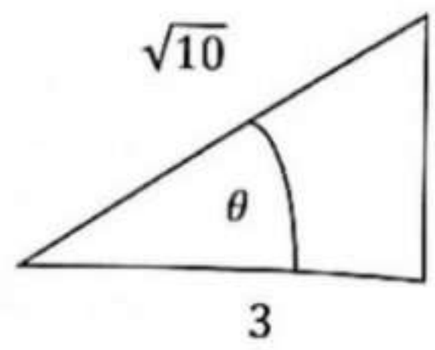
20

.....

විකල්ප ක්‍රමය

A හා C අතර දුර $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ (5)

$\therefore \sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ (10)

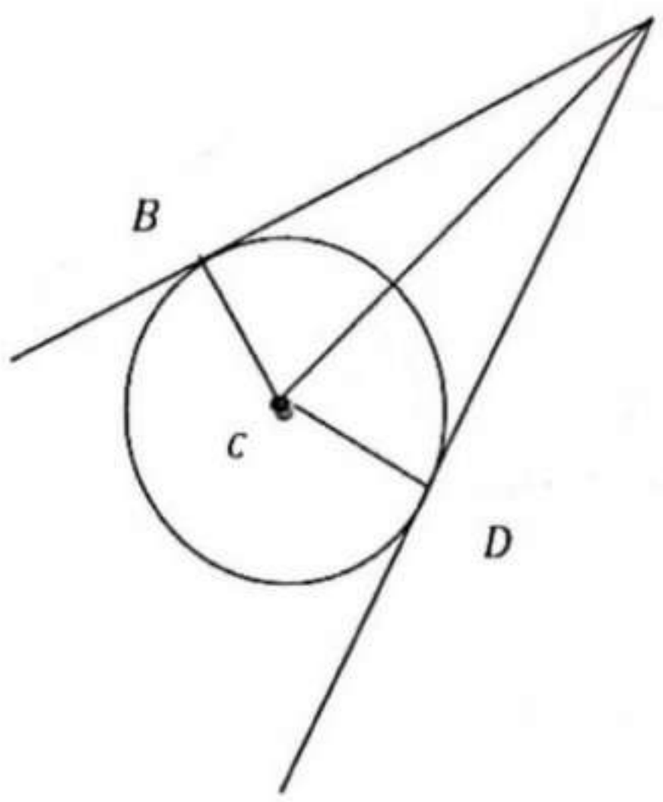


1

$\therefore \alpha = 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$. (5)

20

.....



$A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ and $A\hat{D}C = \frac{\pi}{2}$.

$\therefore A\hat{B}C + A\hat{D}C = \pi$ (5)

$\therefore ABCD$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි. (5)

$\therefore AC$ යනු එහි විෂ්කම්භයකි. (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය වෘත්තය,

$(x-1)(x-3) + (y+1)(y-1) = 0$ (10)

i.e. $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$

25

....

විකල්ප ක්‍රමය

කේන්ද්‍රය $\equiv (2,0)$ (5) ගා අරය $= \frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{2}$ (10, 5)

$(x-2)^2 + y^2 = 2$ (10, 5)

$x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$

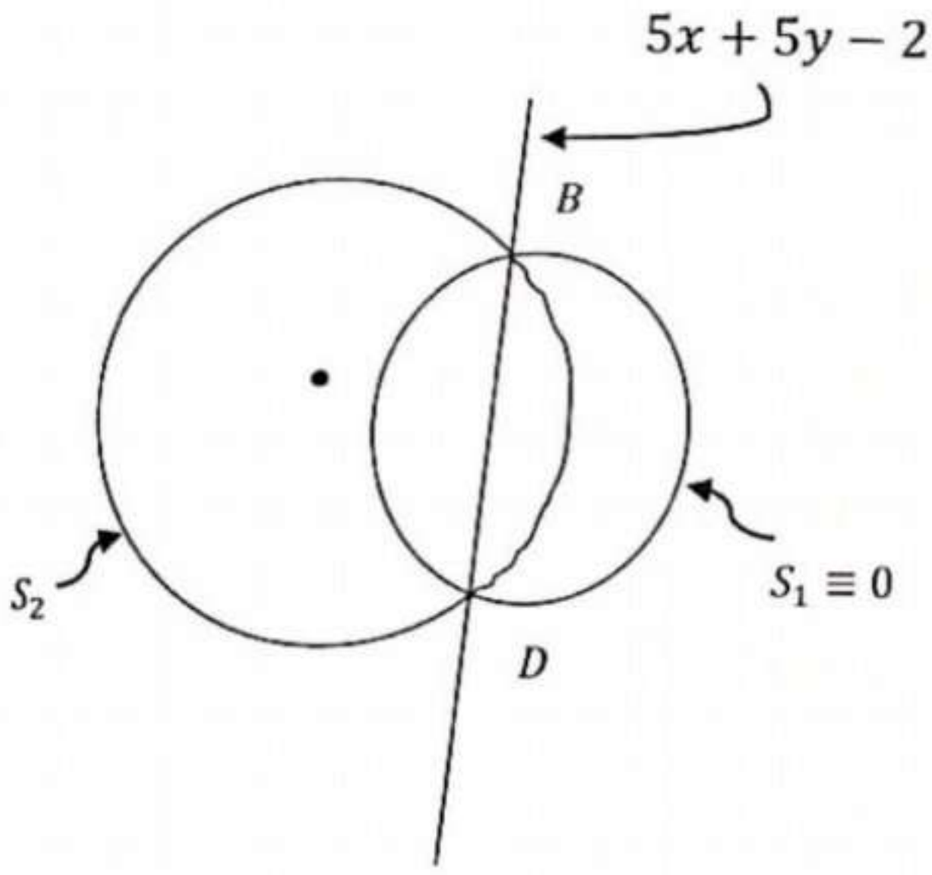
25, 15

.....

BD හි සමීකරණය : $3x + y - (x+3) + (y+1) + \frac{6}{5} = 0$ (10)

i.e. $10x + 10y - 4 = 0$

i.e. $5x + 5y - 2 = 0$



S_2 යනු අවසාන කොටස සඳහා අවශ්‍ය වෘත්තය යැයි ගනිමු.

එවිට S_2 හි කේන්ද්‍රය $A \equiv (3,1)$. (10)

තවද $C = (1,-1)$

$\therefore AC = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{2}$ (5)

$AB = R$ යැයි ගනිමු.

$AC^2 = R^2 + BC^2$ (5)

$8 = R^2 + \frac{4}{5}$

$\therefore r_2 = \frac{6}{\sqrt{5}}$ (5)

$S_2: (x-3)^2 + (y-1)^2 = \frac{36}{5}$

$5x^2 + 5y^2 - 30x - 10y + 14 = 0$ (5)

40

.....

විකල්ප ක්‍රමය

B හා D කරන්න සහ මාත්‍රයකය සම්කරණය

$x^2 + y^2 - 2x + 2y - \frac{6}{5} + \lambda(5x + 5y - 2) = 0$, ආකාරයෙන් ලිවිය හැක. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ (10)

එනම් $x^2 + y^2 - (2 - 5\lambda)x + (2 + 5\lambda)y - \frac{6}{5} - 2\lambda = 0$ වේ.

$S_2 \equiv 0$ මාත්‍රය $S_1 = 0$ ලම්බව ඡේදනය කරයි.

$\Leftrightarrow 2(-1)\left(\frac{-(2-5\lambda)}{2}\right) + 2(1)\left(\frac{2+5\lambda}{2}\right) = \frac{6}{5} + \frac{6}{5} - 2\lambda$ (10)

$\Leftrightarrow 2 - 5\lambda + 2 + 5\lambda = \frac{12}{5} - 2\lambda$

$\Leftrightarrow 2\lambda = -\frac{8}{5}$

$\Leftrightarrow \lambda = -\frac{4}{5}$ (5)

$\therefore S_2$ හි සමීකරණය

$x^2 + y^2 - 6x - 2y + \frac{14}{5} = 0$ (5)

30

.....

17. (a) $\theta \in \mathbb{R}$ සඳහා $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ බව සෙයාවන්න.

$\cos^2 x - 1 = \sin^2 x + 3\cos x$ සමීකරණය තෘප්ත කරන $[0, 2\pi)$ ප්‍රාන්තරය තුළ වූ සියලුම x හි අගයන් සොයන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන් $A + B + C = \pi$ යන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්

$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\frac{A}{2}$ හා $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\frac{A}{2}$ බව සෙයාවන්න.

$\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{C}{2} = \cos\frac{A}{2}\sec\frac{B}{2}\sec\frac{C}{2}$ හා $1 - \tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} = \sin\frac{A}{2}\sec\frac{B}{2}\sec\frac{C}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

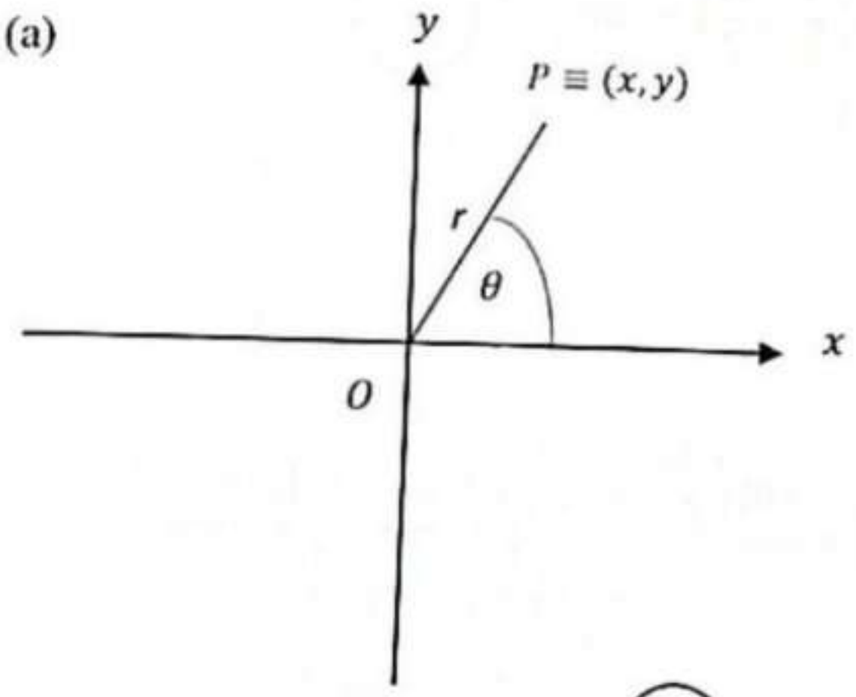
එ නයින්, $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{C}{2}\tan\frac{A}{2} = 1$ බව සෙයාවන්න.

(c) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{3\pi}{4}$ විසඳන්න.

$\cos(\theta - \theta) = 1$ නිසා

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ ⑤ ⑩ ⑳ ලකුණු

(a)



$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$ (5)

$\sin\theta = \frac{y}{r}$ (5)

$\therefore \cos^2\theta + \sin^2\theta = \frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2}$ (5)

$= \frac{x^2+y^2}{r^2} = 1$ (5)

(එකක වෘත්තය: $r = 1$)

සම්පූර්ණ කිරීම ⑮ ලකුණු

20

$\cos^2 x - 1 = \sin^2 x + 3\cos x$

$\cos^2 x - 1 = 1 - \cos^2 x + 3\cos x$ (5)

$2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$

$(2\cos x + 1)(\cos x - 2) = 0$ (5)

(5) $\cos x = -\frac{1}{2}$ or ~~$\cos x = 2$~~

$= \cos\frac{2\pi}{3}$

$x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}\ ;\ n\epsilon$ (10)

$x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ (5)

30

(b)

$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \cos\left(\frac{A}{2}\right)$ (5)

(5)

$\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{A}{2}\right)$ (5)

(5)

20

$\tan\left(\frac{B}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right) + \cos\left(\frac{B}{2}\right)\sin\left(\frac{C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)}$ (5)

$= \frac{\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)}$ (5)

$= \cos\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)\sec\left(\frac{C}{2}\right)$ (5)

$1 - \tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right) - \sin\left(\frac{B}{2}\right)\sin\left(\frac{C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)}$ (5)

~~5~~

$$= \frac{\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)} \quad (5)$$

$$= \sin\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)\sec\left(\frac{C}{2}\right) \quad (5)$$

30

.....

$$\tan\left(\frac{A}{2}\right)\tan\left(\frac{B}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{C}{2}\right)\tan\left(\frac{A}{2}\right)$$

$$= \tan\left(\frac{A}{2}\right)\left(\tan\left(\frac{B}{2}\right)+\tan\left(\frac{C}{2}\right)\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$= \tan\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)\sec\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right) \quad (5)$$

$$= \sin\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)\sec\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right) \quad (5)$$

$$= 1-\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$= 1 \quad (5)$$

15

.....

(c)

$$\underbrace{\tan^{-1}(2x)}_{\alpha}+\underbrace{\tan^{-1}(3x)}_{\beta}=\frac{3\pi}{4}$$

$\tan\alpha = 2x$ and $\tan\beta = 3x$ (5)

$\alpha+\beta = \frac{3\pi}{4}$ (5)

$\tan(\alpha+\beta) = \tan\frac{3\pi}{4}$ (5)

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = \tan\frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = -1$$

$\frac{2x+3x}{1-6x^2} = -1$ (5)

$6x^2 - 5x - 1 = 0$

$(6x + 1)(x - 1) = 0$ (5)

$x = -\frac{1}{6}$ හෝ $x = 1$ (5)

$x = -\frac{1}{6}$ සමීකරණය තෘප්ත නො කරයි. ← මෙය ප්‍රශ්නවලට අදාළ නොවේ

$x = 1$ සමීකරණය තෘප්ත කරයි. ← මෙය පිළිතුරට අදාළ වේ

$\therefore x = 1$ (5)

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

රහස්‍ය ලේඛනයකි.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2023(2024)

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

1212000018810032

G. C. E (Advanced Level) Examination – 2023 (2024)

10 - Combined Mathematics II

Distribution of Marks

Paper I

Part A	= 10 × 25	=	250
Part B	= 05 × 150	=	750

Total	=	$\frac{1000}{10}$
Final marks	=	100

1112000188 10032

Common Techniques of Marking Answer Scripts.

It is compulsory to adhere to the following standard method in marking answer scripts and entering marks into the mark sheets.

1. Use a red color ball point pen for marking. (Only Chief/Additional Chief Examiner may use a mauve color pen.)
2. Note down Examiner's Code Number and initials on the front page of each answer script.
3. Write off any numerals written wrong with a clear single line and authenticate the alterations with Examiner's initials.
4. Write down marks of each subsection in a △ and write the final marks of each question as a rational number in a □ with the question number. Use the column assigned for Examiners to write down marks.

Example: **Question No. 03**

(i) ..... √ $\frac{4}{5}$

(ii) ..... √ $\frac{3}{5}$

(iii) ..... √ $\frac{3}{5}$

03 (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\frac{10}{15}$

MCQ answer scripts: (Template)

1. Marking templets for G.C.E.(A/L) and GIT examination will be provided by the Department of Examinations itself. Marking examiners bear the responsibility of using correctly prepared and certified templates.
2. Then, check the answer scripts carefully. If there are more than one or no answers Marked to a certain question write off the options with a line. Sometimes candidates may have erased an option marked previously and selected another option. In such occasions, if the erasure is not clear write off those options too.
3. Place the template on the answer script correctly. Mark the right answers with a 'V' and the wrong answers with a 'X' against the options column. Write down the number of correct answers inside the cage given under each column. Then, add those numbers and write the number of correct answers in the relevant cage.

Structured essay type and assay type answer scripts:

1. Cross off any pages left blank by candidates. Underline wrong or unsuitable answers. Show areas where marks can be offered with check marks.

2. Use the right margin of the overland paper to write down the marks.
3. Write down the marks given for each question against the question number in the relevant cage on the front page in two digits. Selection of questions should be in accordance with the instructions given in the question paper. Mark all answers and transfer the marks to the front page, and write off answers with lower marks if extra questions have been answered against instructions.

4. Add the total carefully and write in the relevant cage on the front page. Turn pages of answer script and add all the marks given for all answers again. Check whether that total tallies with the total marks written on the front page.

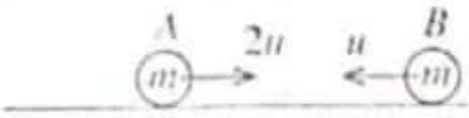
Preparation of Mark Sheets.

Except for the subjects with a single question paper, final marks of two papers will not be calculated within the evaluation board this time. Therefore, add separate mark sheets for each of the question paper. Write paper 01 marks in the paper 01 column of the mark sheet and write them in words too. Write paper II Marks in the paper II Column and wright the relevant details.

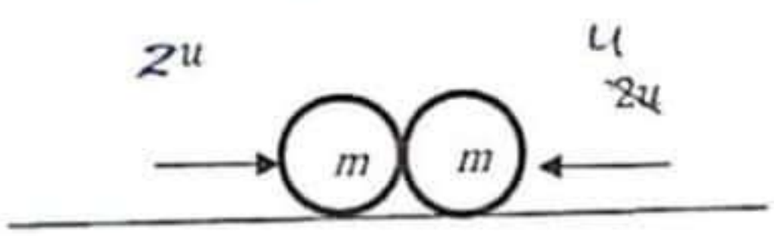
...

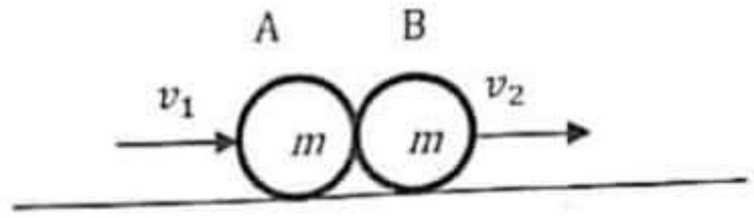
1012000018810032

1. සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙලින් $2u$ හා u වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වන, එක එකක ස්කන්ධය m බැ A හා B අංශු දෙකක් සරල ලෙස ගැටේ.



A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B හි ප්‍රවේග සොයා, $e = \frac{1}{3}$ නම්, ගැටුමෙන් පසු A නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.





පද්ධතියට $\underline{I} = \Delta m\underline{v}$: ⟶

$$0 = mv_1 + mv_2 - (2mu - mu) \quad (5)$$

$$v_1 + v_2 = u \quad \text{----------} (1)$$

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගතාත්මක නියමය.

$$v_2 - v_1 = e(2u + u) \quad (5)$$

$$v_2 - v_1 = 3eu \quad \text{----------} (2)$$

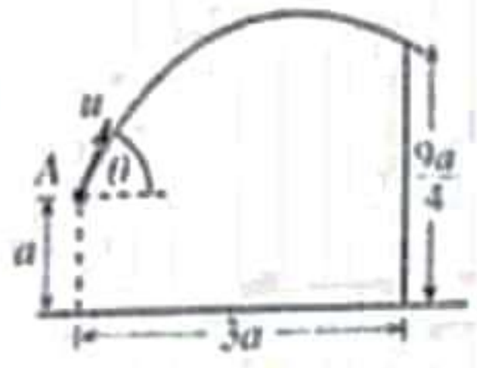
(1) & (2) $\Rightarrow v_1 = \frac{1}{2}(1 - 3e)u$ (5)

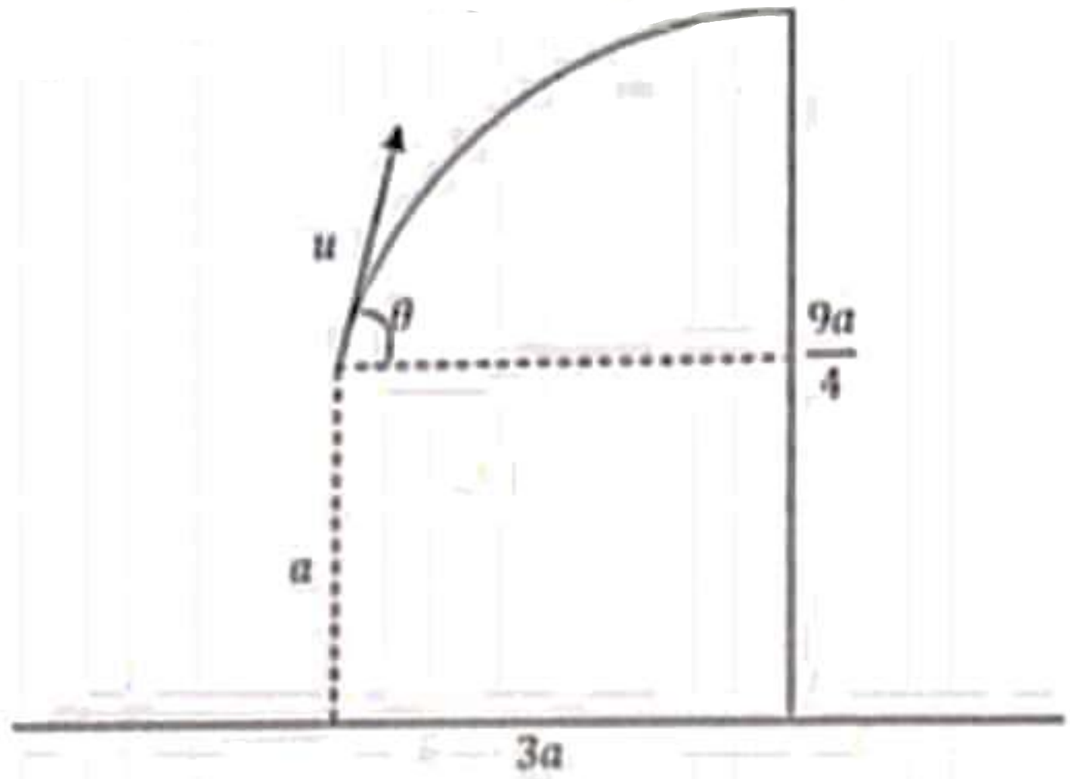
$v_2 = \frac{1}{2}(1 + 3e)u$ (5)

$e = \frac{1}{3} \Rightarrow v_1 = 0$ (5)

2. තිරස් මෙවේදය සිට a දුරක් ඉහළින් වූ A ලක්ෂයෙන් සිට තිරසට $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් $u=3\sqrt{\frac{ga}{2}}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය, A සිට $3a$ තිරස් දුරකින් සිහිටා ඇති, උස $\frac{9a}{4}$ වූ තිරස් තාප්පයක් මැව් නොගැවී පසුකර යයි. (රූපය බලන්න.)

$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.





$s=ut+\frac{1}{2}at^2$: $\rightarrow$ $3a=u\cos\theta.t$ (5)

$\uparrow$ $\frac{5a}{4}=u\sin\theta.t-\frac{1}{2}gt^2$ (5)

$\therefore \frac{5a}{4}=u\sin\theta\cdot\frac{3a}{u\cos\theta}-\frac{1}{2}g\frac{9a^2}{u^2\cos^2\theta}$

$\frac{5a}{4}=3a\tan\theta-9a(1+\tan^2\theta)$ (5)

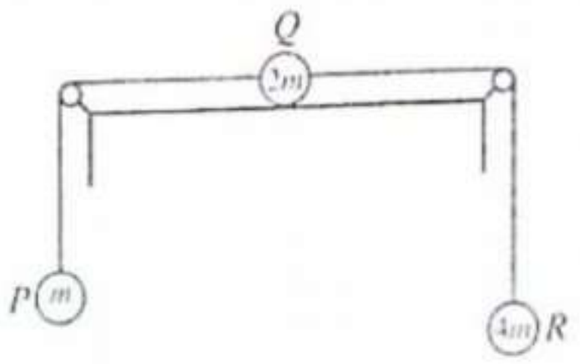
$4\tan^2\theta-12\tan\theta+9=0$

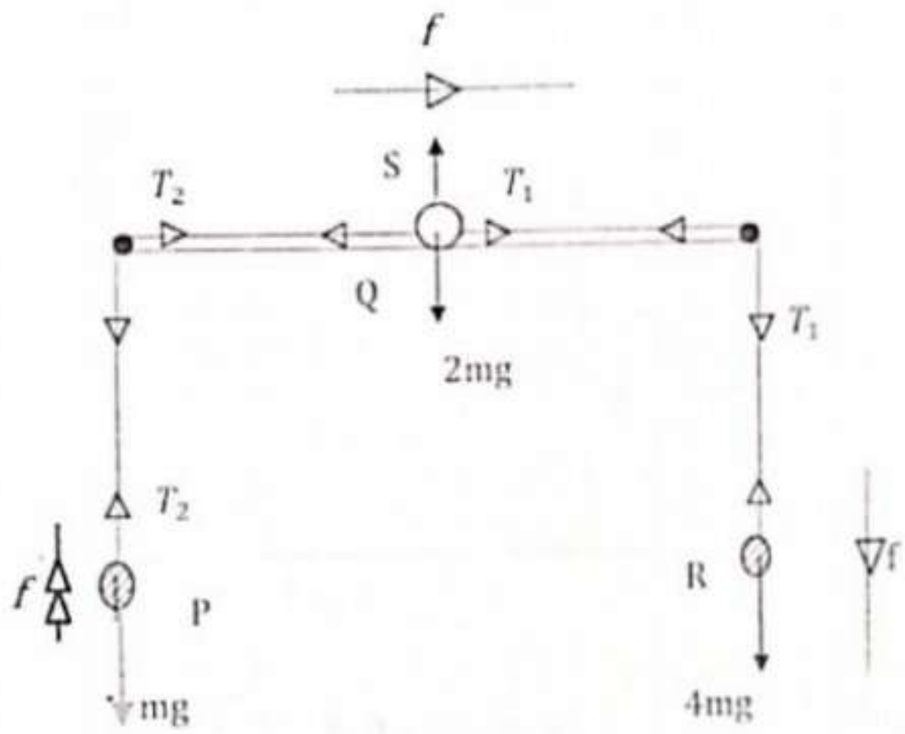
$(2\tan\theta-3)^2=0$ (5)

$\therefore \tan\theta=\frac{3}{2}$

$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ (5)

3. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, සර්වසම පිළිවෙළින් m, $2m$ හා $4m$ වූ P, Q හා R අංගු තුනක් සුමට තිරස් මේසයක දාර දෙකක සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් මගින් යන සැහැල්ලු අවිනත්‍ය නහනු දෙකක් මගින් යා කර ඇත. නහනු නදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. R හි ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.





5 P, Q, හා R මත සියලුම බල සඳහා.

5 සමාන ත්වරණ සඳහා.

$\underline{F} = m\underline{a}$:

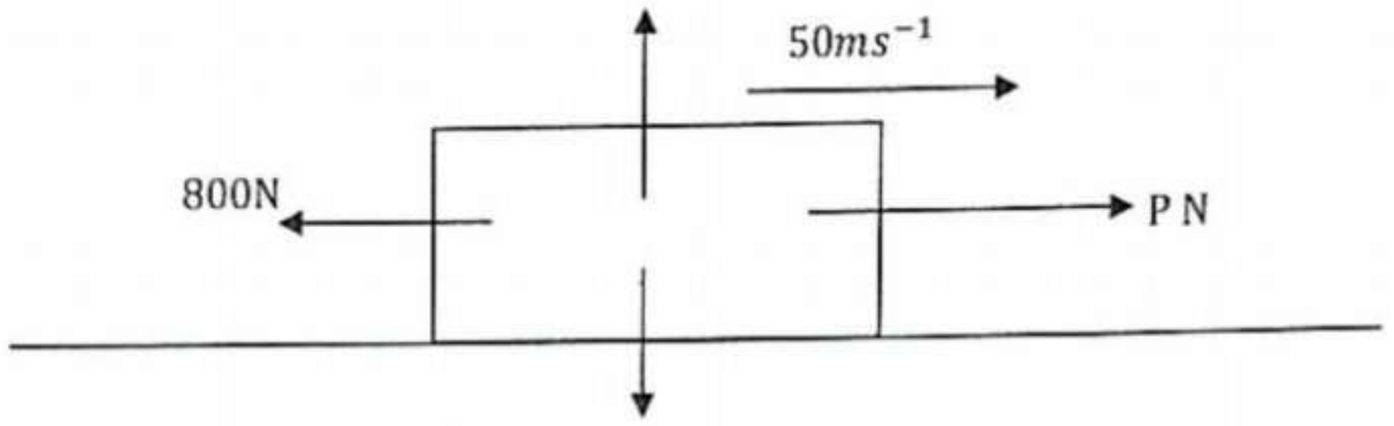
P $T_2 - mg = mf$ 5

R $4mg - T_1 = 4mf$ 5

Q $T_1 - T_2 = mf$ 5

$T_2 - T_1 + 3mg = 5mf$

4. ස්කන්ධය 1000 kg වූ වැන් රථයක් 800 N විශාලත්වයකින් යුත් නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. 50 m s^{-1} ක නියත වේගයකින් ගමන් කරමින් තිබෙන විට වැන් රථයෙහි එන්ජිමේ ජවය සොයන්න.
දැන්, වැන් රථය $(800 + 4v)$ N ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව වෙනත් සෘජු තිරස් මාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. මෙහි v m s^{-1} යනු වැන් රථයෙහි වේගය වේ. වැන් රථයෙහි එන්ජිම එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරන්නේ නම්, එහි වේගය 20 m s^{-1} වන මොහොතේදී වැන් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.



$\rightarrow$ $\underline{F} = m\underline{a}$: $\quad P - 800 = 0$ (5)

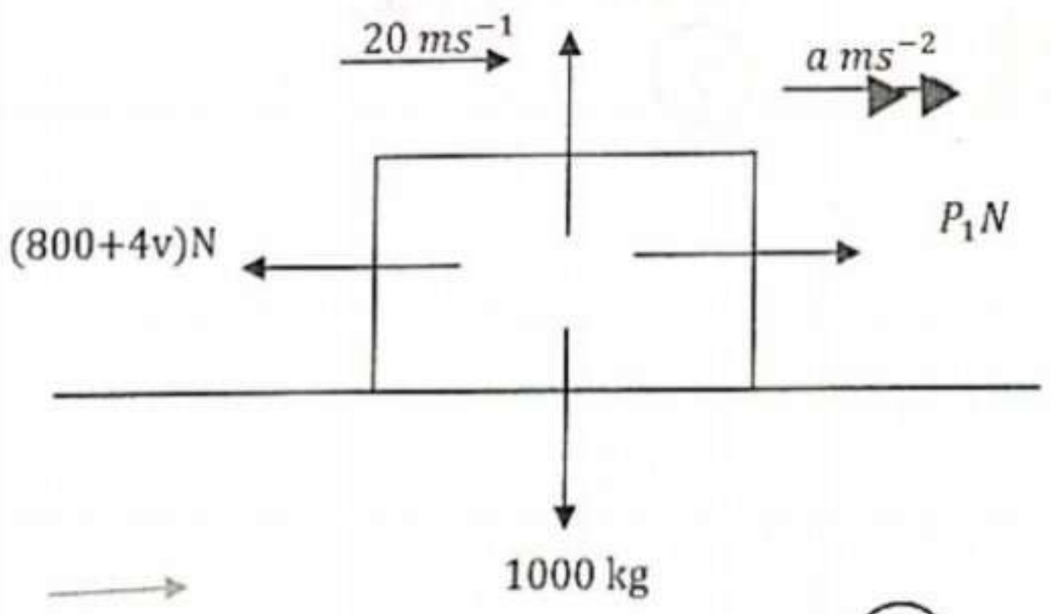
$\therefore P = 800$

ජවය $= P \times 50\ W$

$= 800 \times 50\ W$ (5)

$= 40000\ W$

$= 40\ kW$



$\rightarrow$

$\underline{F} = m\underline{a}$: $P_1 - (800 + 4v) = 1000a$ (5)

$\therefore P_1 = (800 + 80) + 1000a$

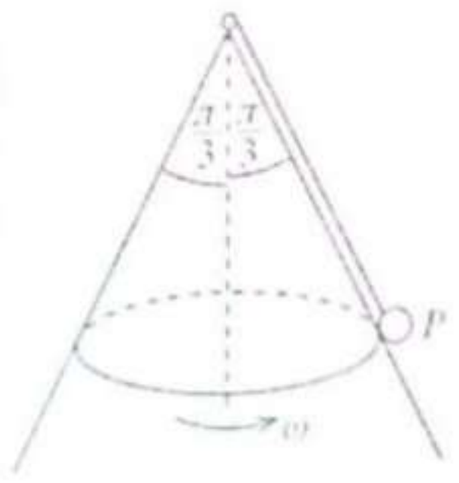
නමුත්, $P_1 \times 20 = 40000$ (5)

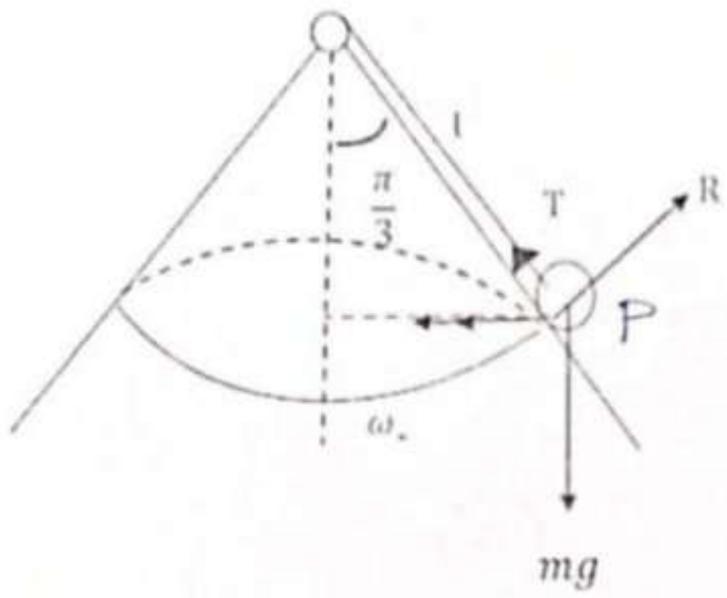
$880 + 1000a = 2000$

$a = 1.12$ (5)

0812000018811 0032

5. ස්කන්ධය m වූ P අංශුව, දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතානය තන්තුවක් මගින් අචල ලක්ෂ්‍යයක සම්බන්ධ කරනුයේ රූපයේ පරිදි ය. තන්තුව සෘජු-කිරීමේ කෝණය $\frac{\pi}{3}$ වන ද තන්තුවේ අක්ෂය සිරස් ද වේ. රූපය බලන්න. P අංශුව තන්තුවේ පැත්තය එහා තිරස් පාත්තයක $\omega = \sqrt{\frac{2g}{l}}$ කෝණික වේගයෙන් වලනය වෙමින් ඇත. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.





5 P මත බල සඳහා

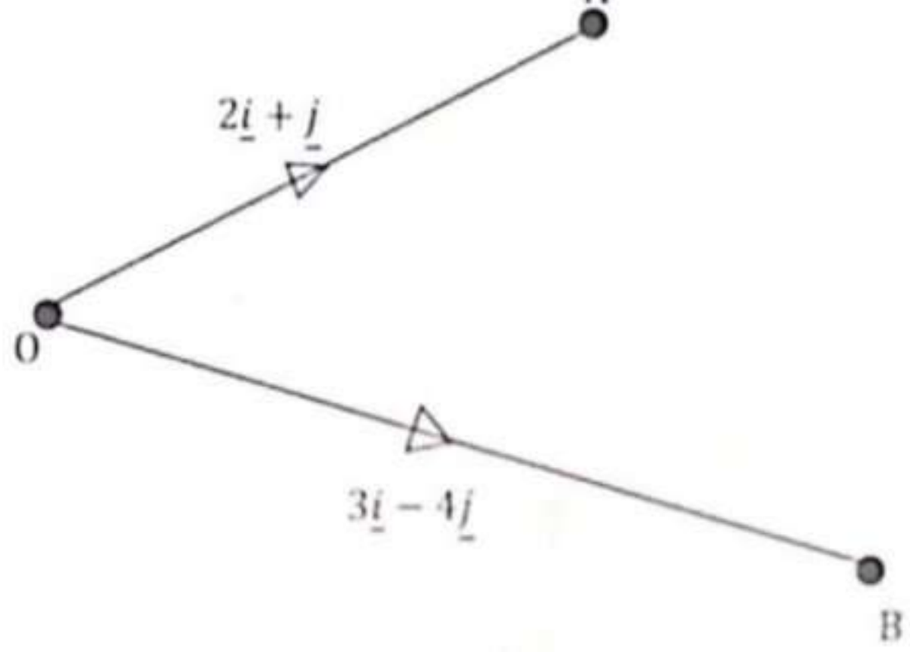
$\underline{F} = m\underline{a}$: $T - mg\cos\frac{\pi}{3} = m\left(l\sin\frac{\pi}{3}\right)\omega^2\cos\frac{\pi}{6}$ 5

5 5

$$T = \frac{mg}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}ml.\omega^2\frac{\sqrt{3}}{2}$$ 5

$$= \frac{mg}{2} + \frac{3}{4}ml\omega^2 = \frac{mg}{2} + \frac{3}{4}m.2g = 2mg.$$

6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල ලක්ෂයට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂය පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i}+\mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i}-4\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{OC}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂය C යැයි ගනිමු. $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඒකඒකක $\overrightarrow{OC}$ සොයා, $\overrightarrow{OC}$ දිශාවට වූ ඒකක දෛශිකය $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.



Let $\overrightarrow{OC}=\underline{c}$.

$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{OC}$

(5) (5)

$2\left(2\underline{i}+\underline{j}\right)+\underline{c}-\left(3\underline{i}-4\underline{j}\right)=2\underline{c}.$ (5) ← නිවැරදි සමීකරණය

$\underline{c}=\left(4\underline{i}+2\underline{j}\right)-\left(3\underline{i}-4\underline{j}\right)$ (5) ← $\underline{c}$ ලබා ගැනීම

$=\underline{i}+6\underline{j}$.

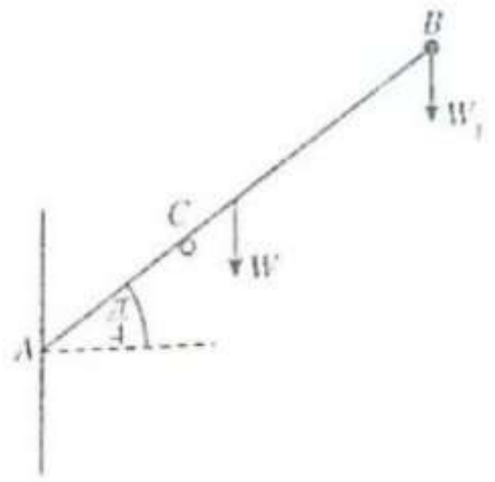
$\overrightarrow{OC}$ දිශාවට ඒකක දෛශිකය

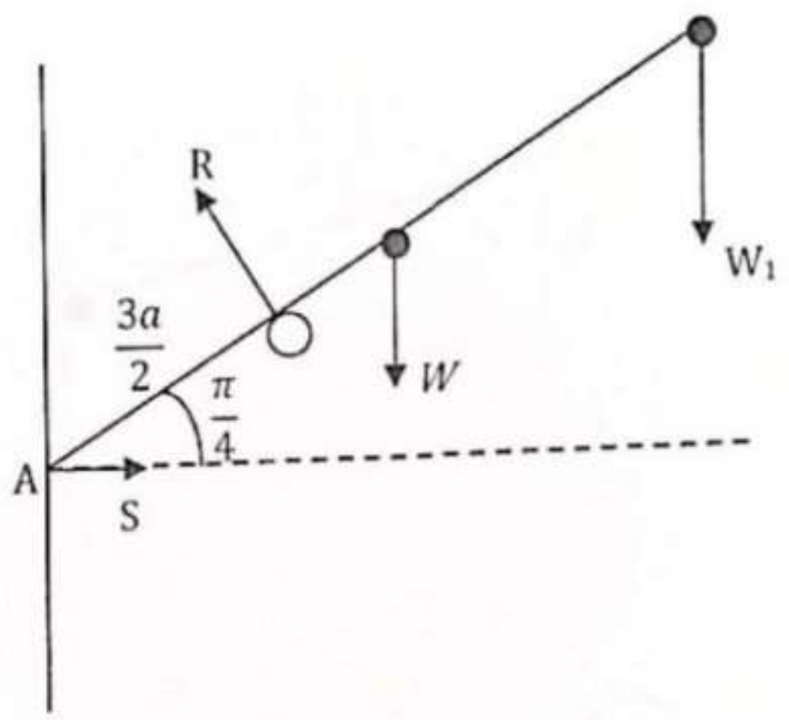
$$\frac{\underline{i}+6\underline{j}}{\sqrt{1^2+6^2}}=\frac{1}{\sqrt{37}}\left(\underline{i}+6\underline{j}\right).$$

(5)

0712000018810032

7. දිග $4a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට සවරයිව තබා ඇත. $AC = \frac{3a}{2}$ වන පරිදි දණ්ඩ මත වූ C ලක්ෂයයෙහිදී බූ තාදුන්නක් මගින් දණ්ඩ තබා ඇත. බර W_1 වූ භාරයක් දණ්ඩෙහි අනෙක් කෙළවර වූ B ට සවි කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, දණ්ඩ තිරස සමග $\frac{\pi}{4}$ කෝණයක් සාදයි. දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ ඇත. $W_1 = W$ බව පෙන්වන්න.





5 R, S බල සඳහා

A ↻ $R \times \frac{3a}{2} = W\ 2a\cos\frac{\pi}{4} + W_1 \times 4a\cos\frac{\pi}{4}$ (10) ← නිවැරදි නම් (15)

$$R = \frac{2}{3}\left(W \times \frac{2}{\sqrt{2}} + W_1 \times \frac{4a}{\sqrt{2}}\right)$$

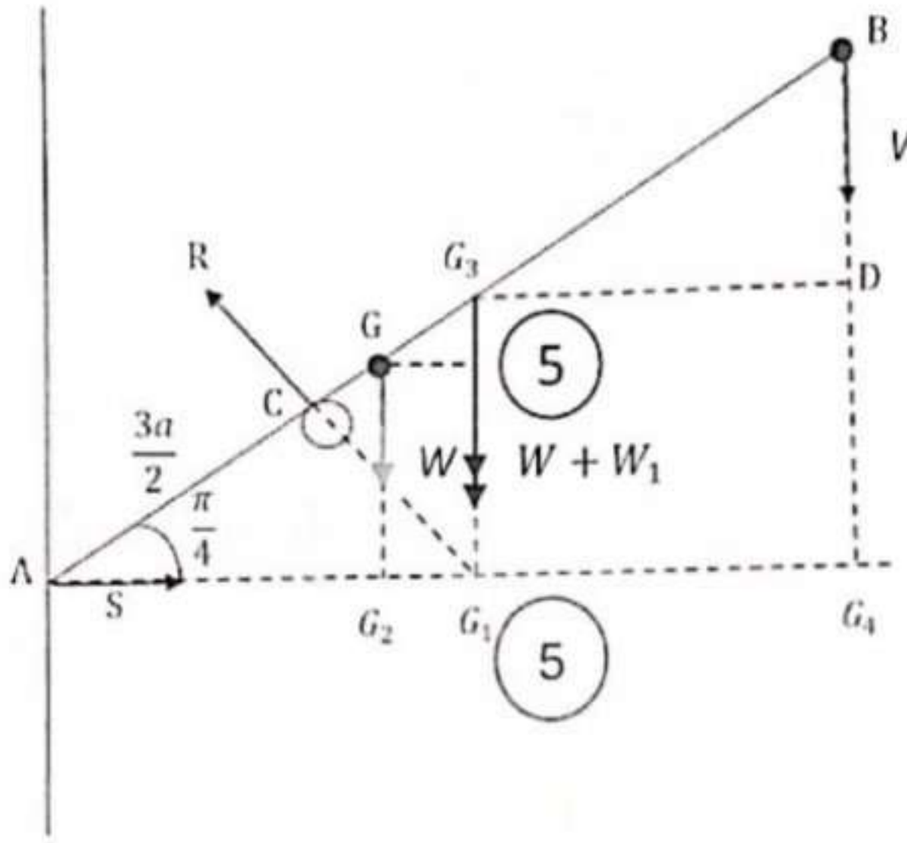
↑ $R\cos\frac{\pi}{4} = W + W_1 .$ (5)

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2W}{\sqrt{2}} + \frac{4W_1}{\sqrt{2}}\right).\frac{1}{\sqrt{2}} = W + W_1 .$$

$$\therefore 2W + 4W_1 = 3W + 3W_1 .$$

$$\therefore \quad W_1 = W \qquad (5)$$

විකල්ප ක්‍රමය



ΔACG_1: $AG_1 = \frac{3a}{2}\sec\frac{\pi}{4} = \frac{3a}{2}\sqrt{2} = \frac{3a}{\sqrt{2}}$. (5)

$AG_2 = 2a\cos\frac{\pi}{4} = \frac{2a}{\sqrt{2}}$.

$\therefore G_2G_1 = AG_1 - AG_2 = \frac{a}{\sqrt{2}}$. (05)

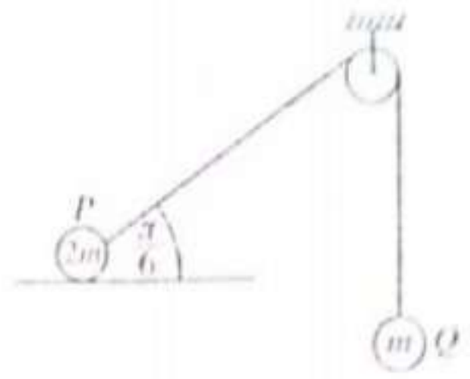
$G_1G_4 = G_2G_4 - G_2G_1 = \frac{2a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. (5)

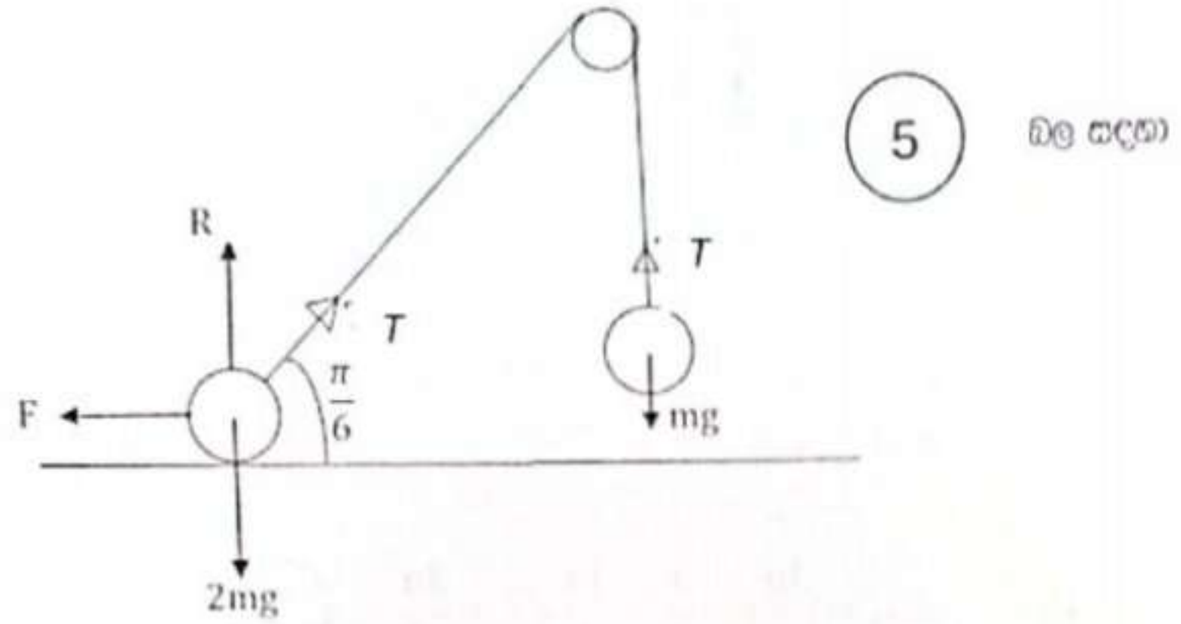
G_1 ↷ $W_1 \times G_1G_4 - W \times G_2G_1 = 0$.

$\therefore W_1 = W$. (5)

06120000188100032

8. ස්කන්ධය $2m$ වන P අංශුවක් රළු තිරස් මේසයක් මත ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, අවල සුමට කප්පියක් මගින් යන සැහැල්ලු අවිනාශී නහරුවක එක් අන්තයක් P අංශුවට ඇදා ඇති අතර අනෙක් අන්තය ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවකට ඇදා ඇත. P අංශුව හා කප්පිය අතර නහරුවේ කොටස, මේසය සමඟ $\frac{\pi}{6}$ කෝණයක් සාදයි. නහරුව තදව ඇතිව පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ ඇත. P අංශුව හා මේසය අතර ස්ථිතික ඝර්ෂණ සංගුණකය μ යන්න $\mu \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ නෙවන බවට පෙන්වන්න.





5 ලකුණු

(P) ↑ $R = 2mg - \frac{T}{2}$. (5)

(Q) ↑ $T = mg$.

$R = 2mg - \frac{mg}{2} = \frac{3mg}{2}$. (5)

(P) → $T\cos\frac{\pi}{6} = F$.

$mg \times \frac{\sqrt{3}}{2} = F$. (5)

$\mu \geq \frac{F}{R} = \frac{\sqrt{3}\frac{mg}{2}}{\frac{3mg}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (5)

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{1}{12}$ බව දී ඇත:
මෙහි A' මගින් A හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ. $P(B)$ සොයන්න.
ඇත්, A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි බවත් දී ඇත. $P(A \cup B)$ සොයන්න.

$B = (A \cup A') \cap B = (A \cap B) \cup (A' \cap B)$ and $(A \cap B) \cap (A' \cap B) = \emptyset$

$\therefore P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$ (5)

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$ (5)

$= \frac{5}{12}$

A හා B ස්වායත්ත වේ $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B)$ (5)

$\therefore \frac{1}{3} = P(A).\frac{5}{12}$

$\therefore P(A) = \frac{4}{5}$

දැන්, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (5)

$= \frac{4}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{3}$ (5)

$= \frac{4}{5} + \frac{1}{12} = \frac{53}{60}$

0512000018810032

10. $\{x_1, x_2, \ldots, x_{10}\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යනාය 30 ද, $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 20)^2 = 1040$ ද වේ.

ඉහත දත්ත කුලකයේ විචලනාව සොයන්න.

$\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 30$ (5)

$\sum_{i=1}^{10} x_i = 300$

$\sum_{i=1}^{10}(x_i - 20)^2 = 1040$

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 40\sum_{i=1}^{10} x_i + \sum_{i=1}^{10} 400 = 1040$ (5)

$\therefore \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1040 - 400 + 40 \times 300$

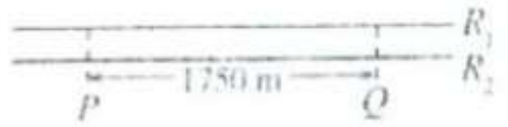
$= 9040$ (5)

$\therefore$ විචලනාව $= \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - 30^2$ (5)

$= 904 - 900 = 4$

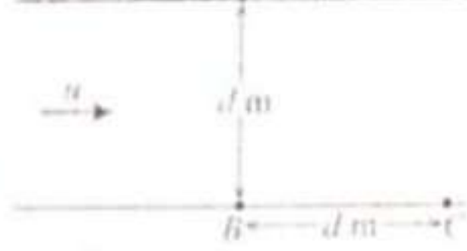
(5)

11. (a) එකිනෙක අතර දුර 1750 m වූ P හා Q ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර පිහිටන R_1 හා R_2 යනු සෘජු සමාන්තර ලක්ෂ්‍ය මාර්ග දෙකකි. $t = 0$ හිදී P ලක්ෂ්‍යය ස්ථාවරයෙන් නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කරන A ලක්ෂ්‍යයක් $10\ \text{m s}^{-2}$ ක ඒකාකාර ත්වරණයෙන් R_1 ලක්ෂ්‍ය මාර්ගය දිගේ චලනය T කාලයක් යනෙන් කර, $t = T$ s හිදී එය ලබාගන්නා වේගය චලනය 30 ක කාලයක් පවත්වා ගනී. ඉන්පසුව, එය චලනය T කාලයක් ඒකාකාර මන්දනය වී Q ලක්ෂ්‍යය ස්ථානයේදී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. P සිට Q දක්වා A ලක්ෂ්‍යයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ඇඳ එහි අක්ෂ මත සුදුසු කාල 40 s හා වේග පෙන්වන්න.



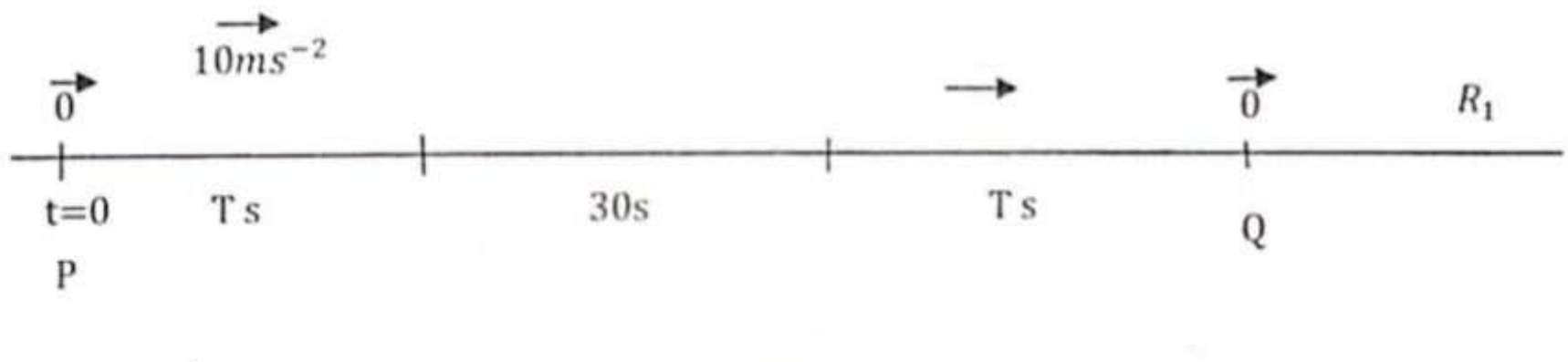
$\overrightarrow{PQ}$ දිශාවට $40\ \text{m s}^{-1}$ ක නියත වේගයෙන් R_2 ලක්ෂ්‍ය මාර්ගය දිගේ ගමන් කරන තවත් B ලක්ෂ්‍යයක් $t = 0$ හිදී P ලක්ෂ්‍යය ස්ථානය පසු කරයි. $t = 0$ සිට $t = 40$ s දක්වා B ලක්ෂ්‍යයට සාපේක්ෂව A ලක්ෂ්‍යයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

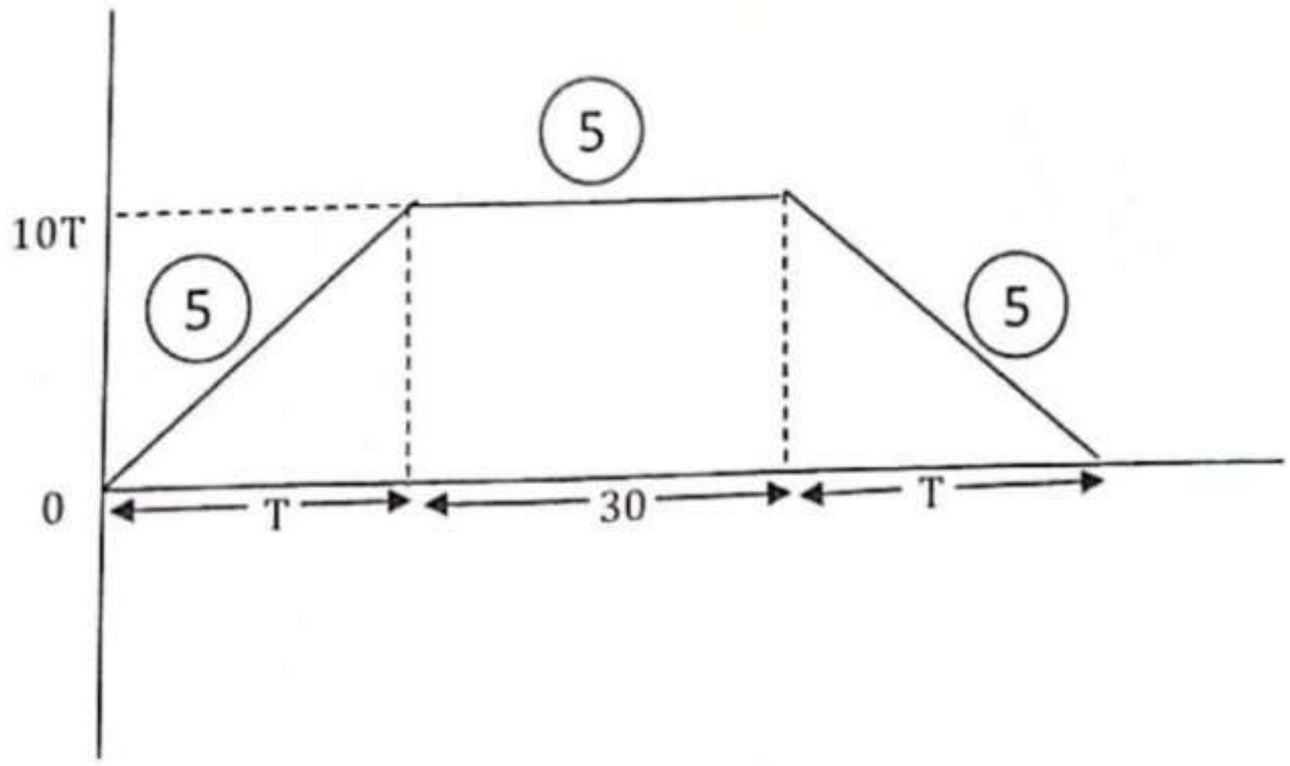
(b) සෘජු සමාන්තර ලක්ෂ්‍ය මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ, d m පරතරය තබාගෙන $u\ \text{m s}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි. ලක්ෂ්‍යය සාපේක්ෂව $\sqrt{2}u\ \text{m s}^{-1}$ වේගයක් ඇති P නම් නිරීක්ෂකයෙක් එක් ලක්ෂ්‍ය මාර්ගයක වූ A ලක්ෂ්‍යයෙහි ආරම්භ කර, අනික් ලක්ෂ්‍ය මාර්ගය මත A ට සෙවිය හැකි වූ B ලක්ෂ්‍යයට එන සේ වේගය දිශාගත කරයි. P නිරීක්ෂකයා B හා එන විට ගතවන කාලය $\frac{d}{u}$ s බව පෙන්වන්න.



ලක්ෂ්‍යය සාපේක්ෂව $2\sqrt{2}u\ \text{m s}^{-1}$ වේගයක් ඇති Q නම් දෙවන නිරීක්ෂකයෙක්, B සිට d m දුරක් ගත වන්නේ එම ලක්ෂ්‍ය මාර්ගය මත C ලක්ෂ්‍යයෙහි ආරම්භ කර, P නිරීක්ෂකයා මුණගැසෙනා අයුරින් වේගය දිශාගත කරයි. (ABC සෘජු කෝණික) P හා Q නිරීක්ෂකයන් එකම මොහොතක නිරීක්ෂණ ආරම්භ කරන බව උපකල්පනය කර, P නිරීක්ෂකයා B ලක්ෂ්‍යයට එන විට අනෙ Q නිරීක්ෂකයා P නිරීක්ෂකයා හමුවන බව පෙන්වන්න.

(a)





04120001188110032

(5) (5)

$$\frac{1}{2} \times (60 + 2T) \times 10T = 1750 \quad (5)$$

$$(30 + T) \times 10T = 1750$$

$$T^2 + 30T - 175 = 0 \quad (5)$$

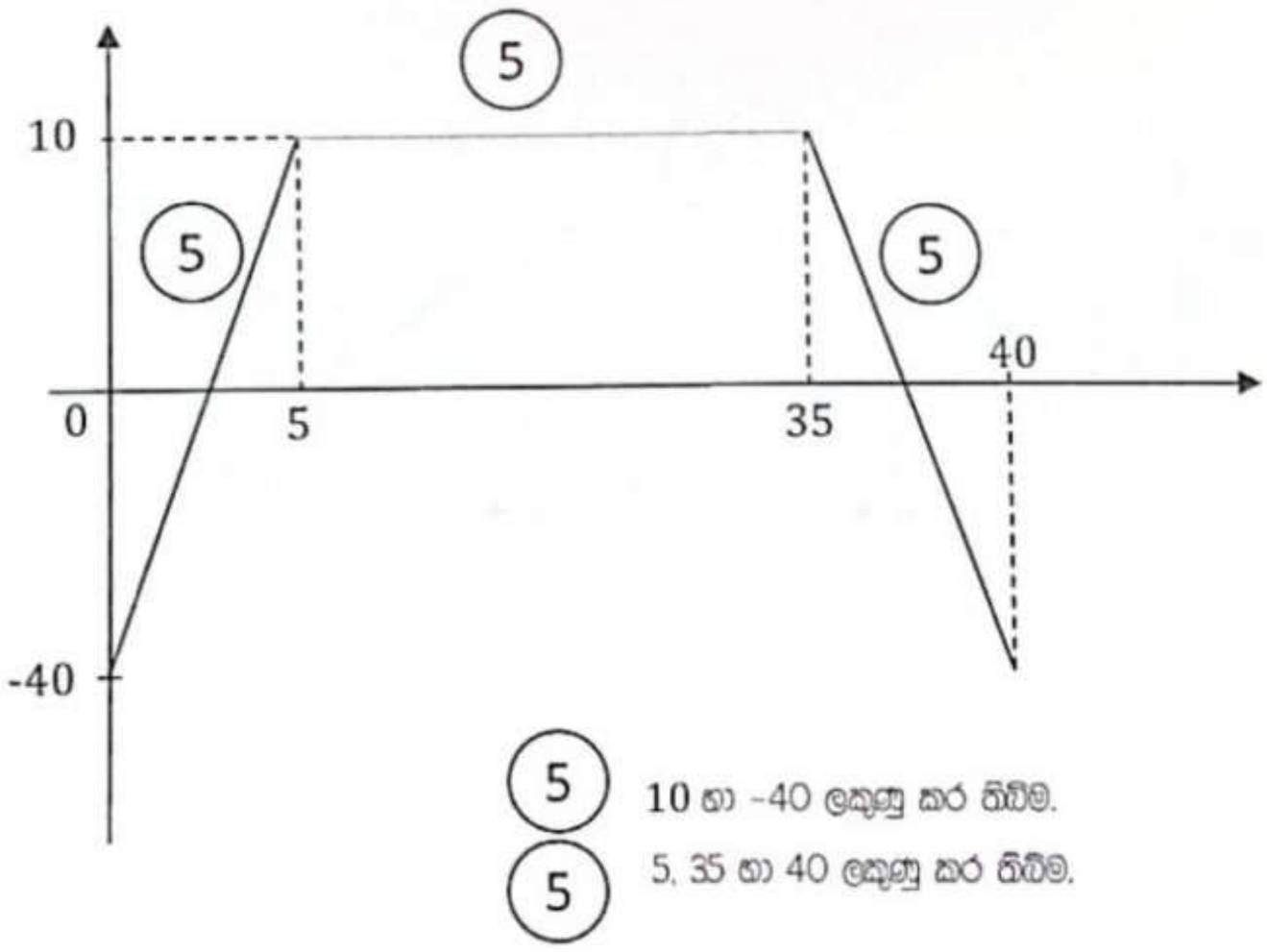
$$(T - 5)(T + 35) = 0 \quad (5)$$

$$T = 5 \quad (\because T > 0) \quad (5)$$

$\therefore$ ගත වූ මුළු කාලය $= (5 + 30 + 5)\text{s} = 40\text{s}$ (5) 50

$$\underline{v}(A,B) = \underline{v}(A,E) + \underline{v}(E,B)$$
$$= \underline{v}(A,E) - \underline{v}(B,E)$$

$$\underline{a}(A,B) = \underline{a}(A,E) + \underline{a}(E,B)$$
$$= \underline{a}(A,E) - \underline{a}(B,E)$$

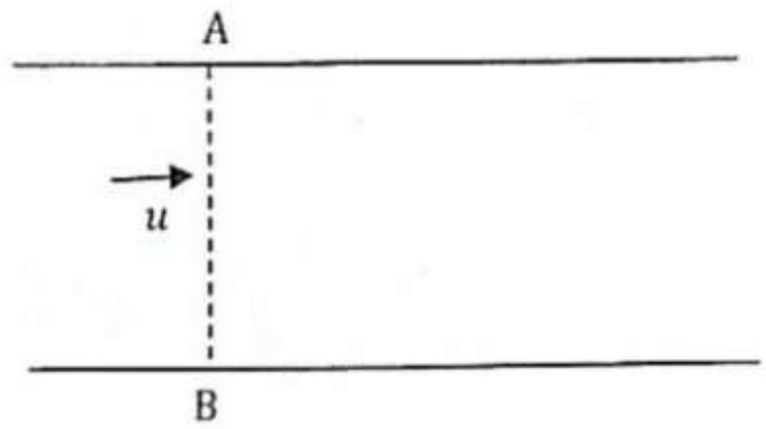


(5) 10 හා -40 ලකුණු කර තිබීම.

(5) 5, 35 හා 40 ලකුණු කර තිබීම.

25

(*b*) $\underline{v}(W,E) = \rightarrow u$ (5)



$\underline{v}(P,W) = \sqrt{2}u$ (5)

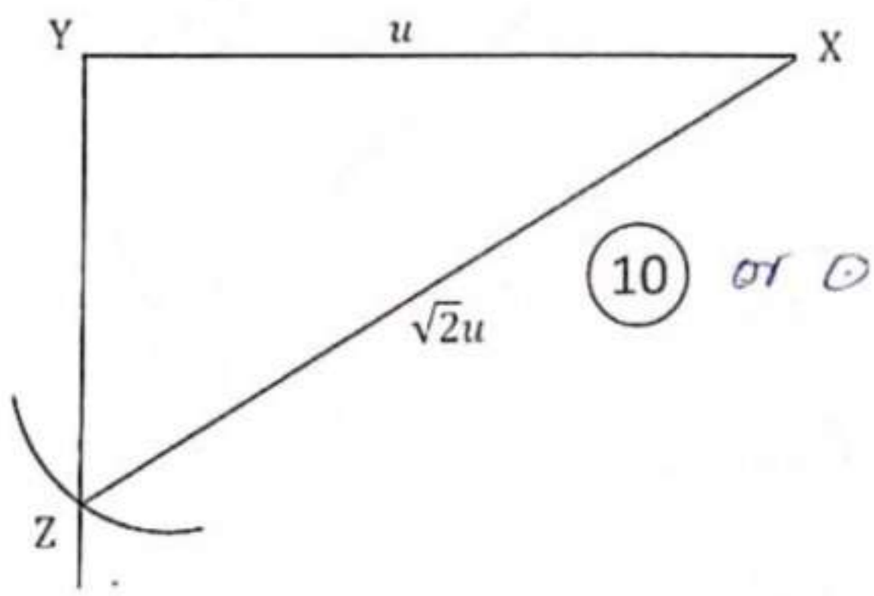
$\underline{v}(P,E) = \downarrow$ (5)

$\underline{v}(P,W) = \underline{v}(P,E) + \underline{v}(E,W)$

$= \underline{v}(E,W) + \underline{v}(P,E)$

$= \overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YZ}$

$= \overrightarrow{XZ}$



(10) or (0)

$YZ^2 = 2u^2 - u^2 = u^2$

$\therefore$ YZ $= u$. (5)

අවශ්‍ය කාලය $= \frac{d}{YZ}s$

$= \frac{d}{u}s$ (5)

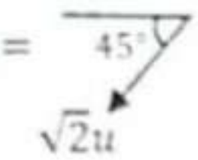
35

0312000018811003

$\underline{v}(Q,P) =$ 

5

$\underline{v}(Q,W) = 2\sqrt{2}u$ 5

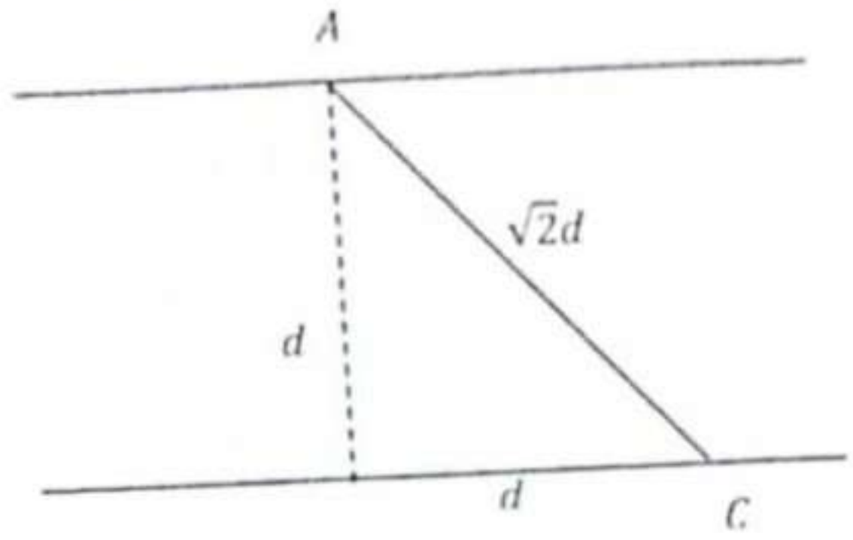
$\underline{v}(P,W) =$ 

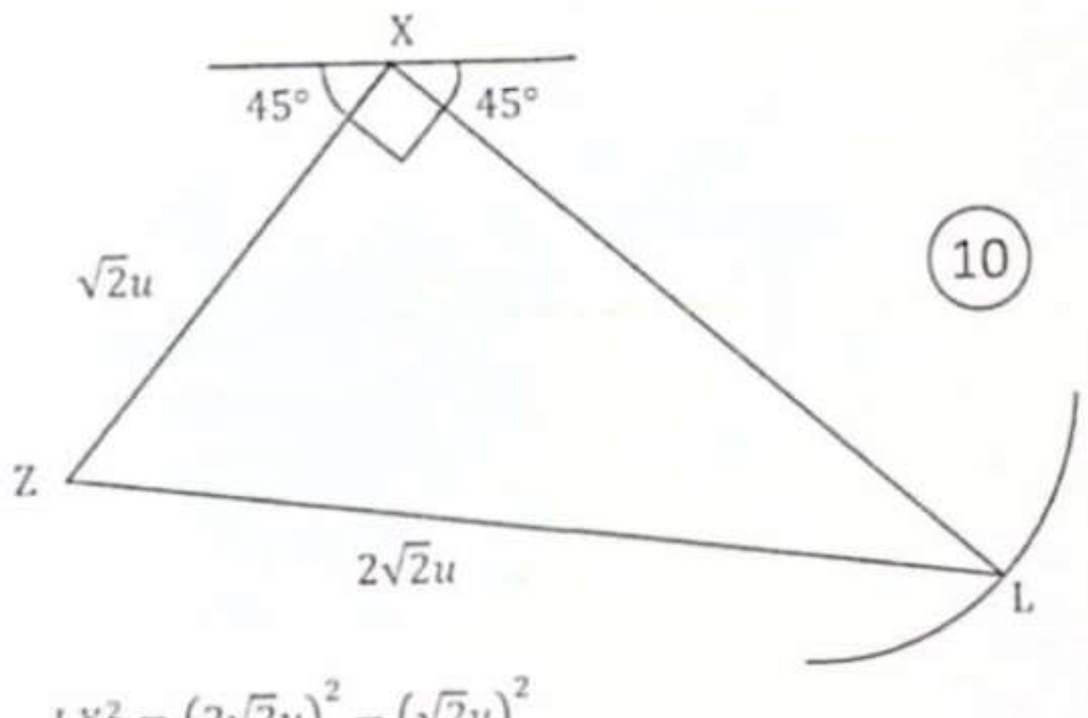
5

$\underline{v}(Q,W) = \underline{v}(Q,P) + \underline{v}(P,W)$

$= \overrightarrow{LX} + \overrightarrow{XZ}$

$= \overrightarrow{LZ}$





10

$LX^2 = (2\sqrt{2}u)^2 - (\sqrt{2}u)^2$

$= 6u^2$

$\therefore LX = \sqrt{6}u$ 5

Q ට P සඳහා ඇදුම් ඒකක කාලය $= \frac{AC}{XL}$

$= \frac{\sqrt{2}d}{\sqrt{6}u}$ 5

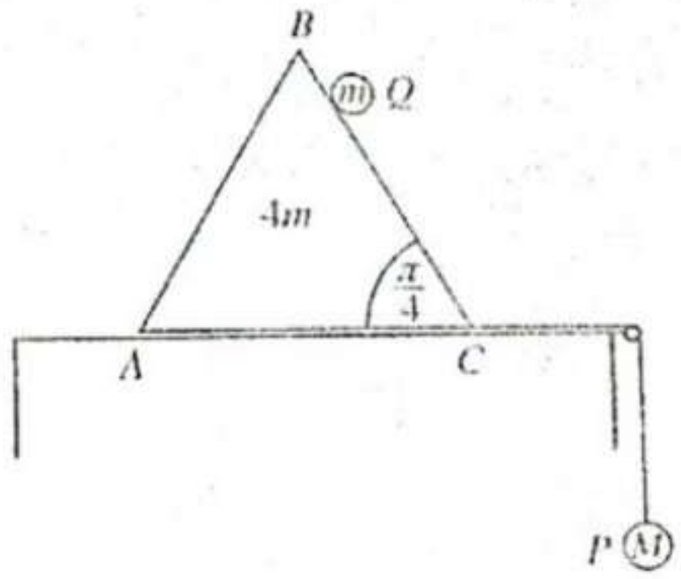
$= \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{d}{u} < \frac{d}{u}$,

5

∴P, R සඳහා වඩා හොඳ Q,P සඳහා

40

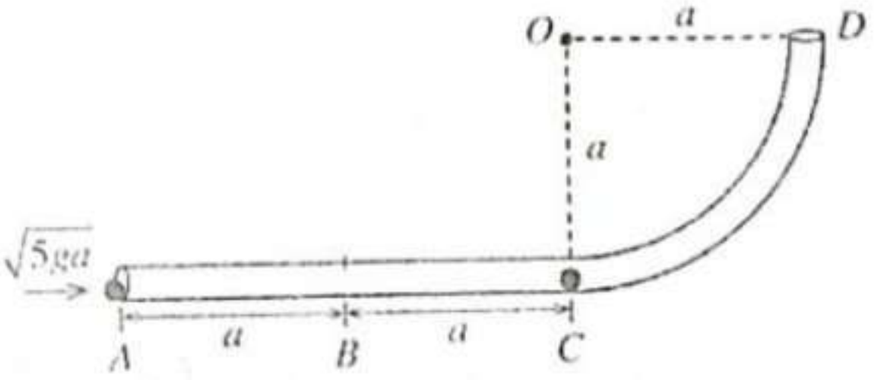
12. (a) ස්කන්ධය $4m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුඹුස්සුයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ ABC සිරස් හරස්කඩ රූපයේ දැක්වේ. AC අතේ පිහුණන සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. තවද, AB හා BC වලා අඩංගු මුහුණතේවල උපරිම ඇළුම් මේසා වන අතර $A\hat{C}B = \frac{\pi}{4}$ වේ. කුඹුස්සුයෙහි C ලක්ෂ්‍යය හා ස්කන්ධය M වූ P අංගුවක්, දම්සෙයෙහි දාරයකට සවි කළ කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතනය නන්නුවක අන්තවලට ඇඳා ඇත. නන්නුව, ABC අඩංගු සිරස් තලයේම පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ Q අංගුවක් BC මත අල්වා තබා ඇත. P අංගුව නිදහසේ එල්ලෙයි. නන්නුව තදව ඇතිම පරිසීමිය, නිශ්චලතාවයේ සිට මෙම පිහිටුමෙන් මුදාහරිනු ලැබේ.



$m < 2M$ නම්, P අංගුව සිරසව් පහළට චලනය වන බව පෙන්වන්න.

$m = 2M$ නම්, එක් එක් අංගුවෙහි හා කුඹුස්සුයෙහි වලින විස්තර කරන්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $ABCD$ සිහින් බටයක් ABC සිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සවි කර ඇත. AB හා BC කොටස් එක එකක දිග a වන අතර CD කොටස අරය a හා කේන්ද්‍රය O වන OC සිරස්ව ඇති චාප්පයකින් නතරෙන් එකතු.



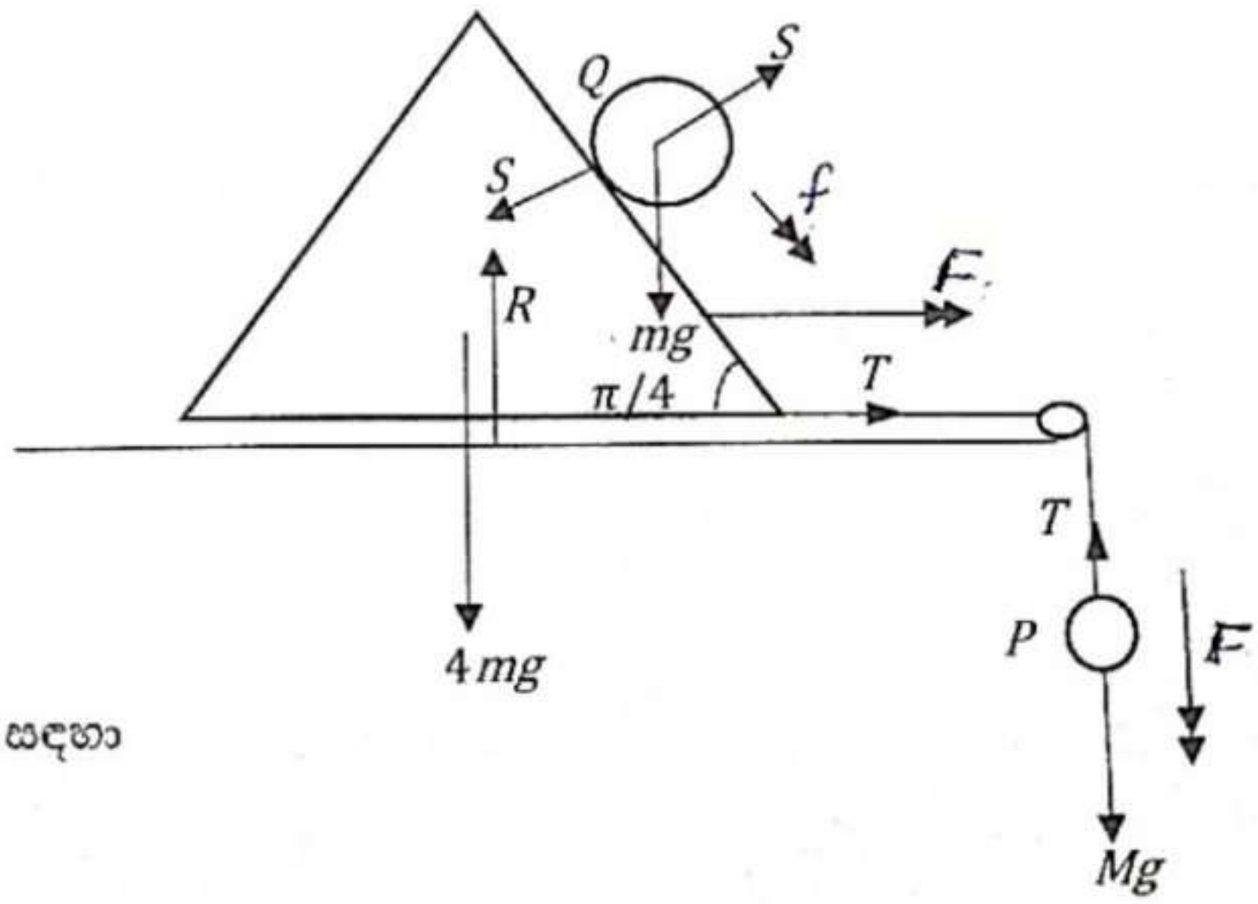
ස්කන්ධය m වූ P අංගුවක් බටය තුළ C ලක්ෂ්‍යයෙහි නතර ඇත. ස්කන්ධය m වූ තවත් Q අංගුවක් බටය තුළ A ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා, එයට $\overrightarrow{AB}$ දිගාවට $\sqrt{5ga}$ වේගයක් ඇති කරවීමයක් දෙනු ලැබේ.

Q අංගුව හා AB කොටස අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ ක් වන අතර BCD කොටස සුමට වේ.

Q අංගුව බටය තුළ චලනය වී P අංගුව සමග ගැටී නතර වේ. මෙම R සංඝට්ටන අංගුව චලිතය ආරම්භ කරන මුහුර්තය සොයන්න.

යටිඅත් සිරස සමග θ කෝණයකින් $\overrightarrow{OR}$ ගැරුන විට, R අංගුවෙහි වේගය v යන්න $v^2 = ga(2\cos\theta - 1)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, R අංගුව, බටය තුළ සිට නිශ්චලතාවයට පත්වන මොහොතෙහිදී එය මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(a)



බල සඳහා :

$5_5 mg$ m

$R, 4mg$ $4m$ (10)

T, Mg M

(5) සමාන ත්වරණ සඳහා

$\underline{F} = m\underline{a}$:

(P) $Mg - T = MF$ ------ (1) (5)

Q $mg\sin\frac{\pi}{4} = m\left(f + F\cos\frac{\pi}{4}\right)$ ------- (2) (10) ← දිග 01 - (05)

ඇවැසිය → $T = 4mF + m\left(F + f\cos\frac{\pi}{4}\right)$ ------- (3) (5) ← සම්කරණය

(5) (5)

(1) + (3) : $Mg = (M + 5m)F + \frac{mf}{\sqrt{2}}$ (5) T ඉවත් කිරීම

(2) : $\frac{g}{\sqrt{2}} = f + \frac{F}{\sqrt{2}}$

$Mg = (M + 5m)F + \frac{m}{\sqrt{2}}\left(\frac{g}{\sqrt{2}} - \frac{F}{\sqrt{2}}\right)$ (5) f ඉවත් කිරීම

$2Mg = (2M + 10m)F + mg - mF$

$F = \frac{(2M - m)g}{(2M + 9m)} > 0 \quad if \quad m < 2M$

$\leq 2M.$

(5)

∴ P සිරස්ව පහළට චලනය වේ.

60

$2M=m$ $F = 0.$ (5)

∴ P හා ගුරුත්වය නිශ්චලතාවයක් තිබේ. (ප්‍රද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් පටන්ගනු ඇත.)

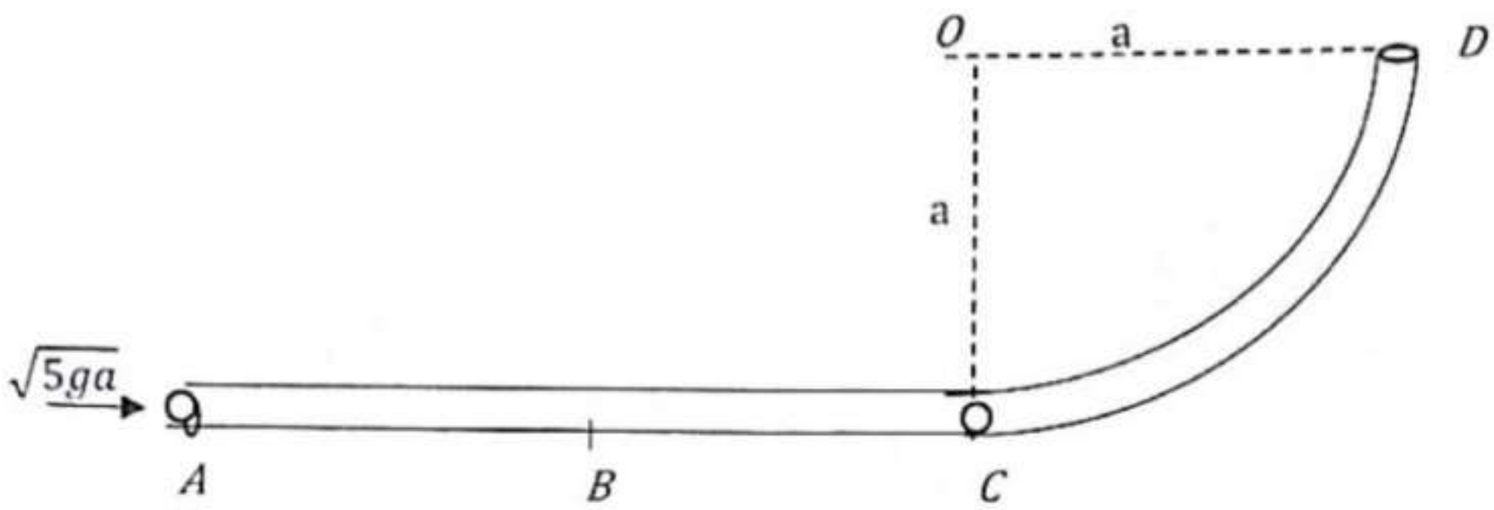
Q එය අයත් මුහුණත් උපරිම බැවුම් රේඛාව දිගේ පහළට $g/\sqrt{2}$ ත්වරණයෙන් චලනය වේ.

(5)

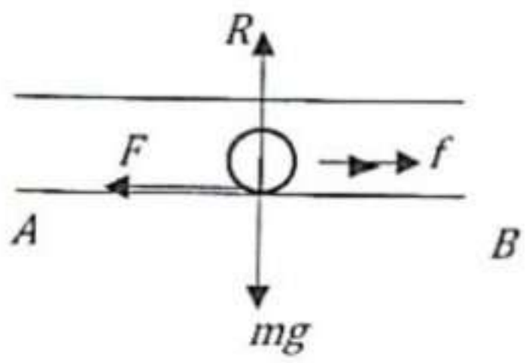
10

---

b)



A සිට B දක්වා :



$\underline{F} = m\underline{a}$

$\uparrow R - mg = 0$

$\therefore R = mg$ (5)

$F = \frac{1}{2}R$ (5)

$\therefore F = \frac{mg}{2}$

$\longrightarrow \underline{F} = m\underline{a}$:

$-F = mf$ (5)

$-\frac{mg}{2} = mf$

$\therefore f = -\frac{g}{2}$ (5)

Q ගේ B හිදී ප්‍රවේගය $= \overrightarrow{u}$ සත්‍ය

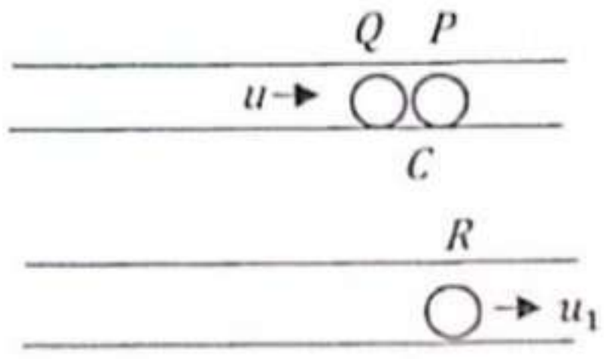
0112000018811 0032

$$u^2 = 5ga - 2\frac{g}{2}a$$

$$u^2 = 5ga - ga = 4ga$$

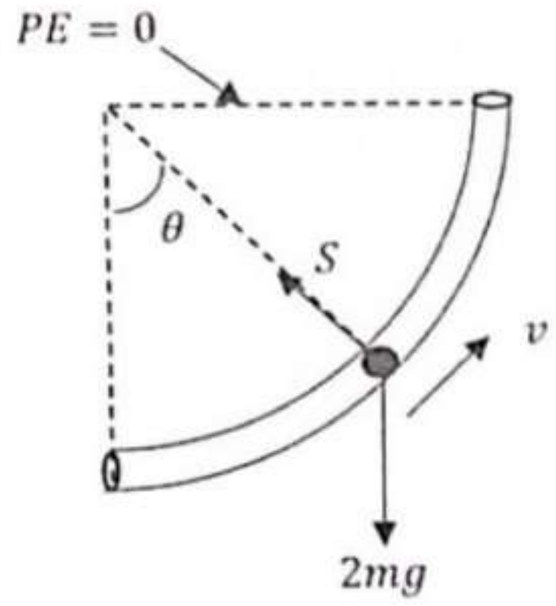
$$\therefore u = 2\sqrt{ga} \quad (5)$$

C හිදී P සමඟ ගැටුමට මොහොතකට පෙර Q හි ප්‍රවේගය $= u$. (5)



$\longrightarrow \underline{I} = \Delta(m\underline{v})$: $0 = 2mu_1 - mu$. (5)

$$\therefore u_1 = \frac{u}{2} = \sqrt{ga}$$



ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන් :

$$\frac{1}{2}2mu_1^2 - 2mga = \frac{1}{2}(2m)v^2 - 2mga\cos\theta$$

KE (5) , PE (5)

$$\frac{1}{2}ga - ga = \frac{1}{2}v^2 - ga\cos\theta$$

සමීකරණය (5)

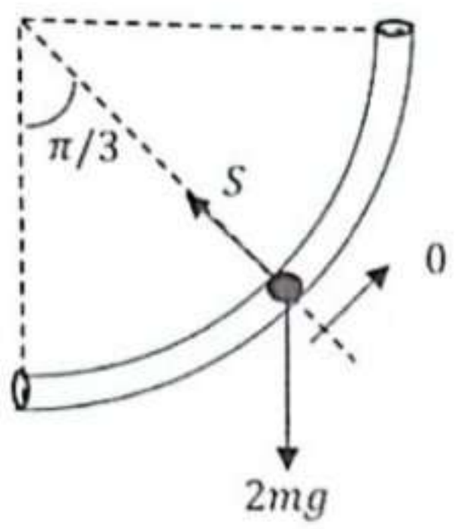
$\therefore v^2 = 2ga\cos\theta - ga$ (5)

$= ga(2\cos\theta - 1)$

20

$v = 0 \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{1}{2}$ (5)

$\Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$. (5)



$\underline{F} = m\underline{a}$: $S - 2mg\cos\frac{\pi}{3} = 0$. (10)

$S = mg$. (5)

25

13. එක එකක ස්කන්ධය m වූ අංගු දෙකක් එකට ඇලවීමෙන් ස්කන්ධය $2m$ වූ P සංයුක්ත අංගුවක් සාදා ඇත. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය $2mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් අන්තයක් නිරය සිවිලිමක වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් අන්තය, P සංයුක්ත අංගුවට ද ඇඳා ඇත. P අංගුව A ලක්ෂ්‍යයකදී සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. මෙම සමතුලිත පිහිටුමේදී තන්තුවේ විතතිය සොයන්න.



P අංගුව A සිට $\frac{a}{2}$ දුරක් පහළට ඇද මුදාහැරියේ නම්, P හි චලිත සමීකරණය $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$ සඳහා $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ ද $AP = x$ ද වේ.

දැන්, P අංගුව, A සිට l දුරක් පහළට ඇද මුදාහරිනු ලැබේ.

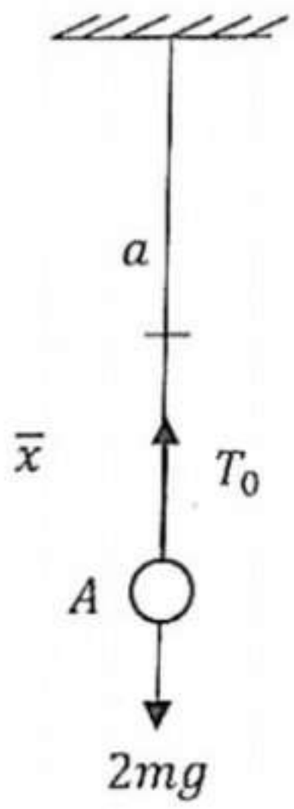
P අංගුව, පූර්ණ සරල අනුවර්ති චලිතයක යෙදීම් සඳහා l හි උපරිම අගය කුමක් ද?

P අංගුව, $\sqrt{ag}$ වේගයකින් O ලක්ෂ්‍යයෙහි වැදීම සඳහා l හි අගය සොයන්න.

P අංගුව, මෙම වේගයෙන් O හි වදින විට ස්කන්ධය m වූ එක් අංගුවක් ගැලවී යයි. සිවිලිම අප්‍රත්‍යාස්ථ වේ.

ඉතිරි අංගුව, එහි ගුරුත්වය යටතේ චලිතයෙන් අනතුරුව යොදෙන නම් සරල අනුවර්ති චලිතය සඳහා චලිත සමීකරණය ලබාගන්න.

මෙම නනි අංගුවට, ප්‍රථමවරට ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වීම සඳහා O සිට ගතවන කාලය සොයන්න.



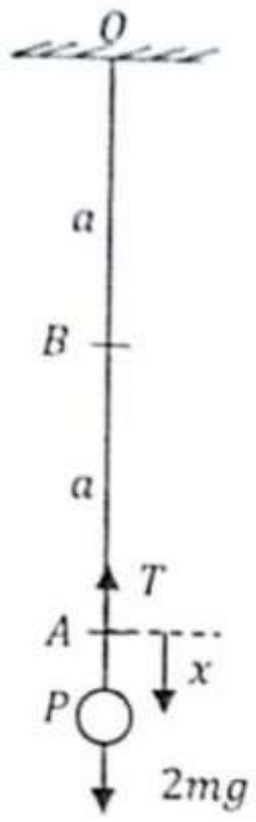
$$T_0 = 2mg.\frac{\bar{x}}{a}. \quad (5)$$

$$\uparrow T_0 = 2mg. \quad (5)$$

$$\therefore 2mg.\frac{\bar{x}}{a} = 2mg.$$

$$\therefore \bar{x} = a. \quad (5)$$

$\therefore$ විතතිය $= a$



↓ $\underline{F} = m\underline{a}$:

$$2mg - \frac{2mg(a+x)}{a} = 2m\ddot{x}$$ (5) (5) (5)

$$\ddot{x} + \frac{g}{a}x = 0 \quad ; -\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$$ (5)

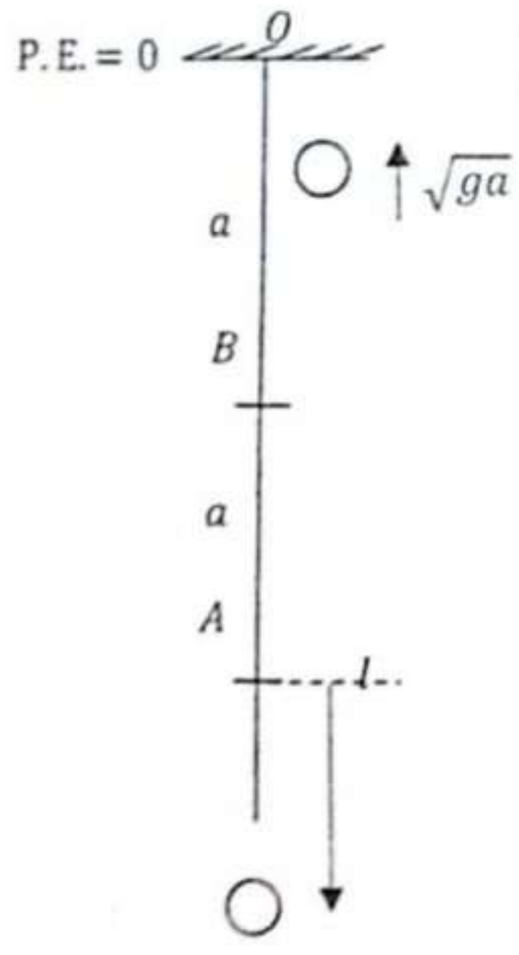
i.e. $\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad ; -\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$,

මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$.

20

අවශ්‍ය l උපරිම අගය $= a$. (10)

10



ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන් :

$$\frac{1}{2}(2mg)\frac{(a+l)^2}{a} - 2mg(2a+l) = 0 + \frac{1}{2}(2m)ga$$ (5) (5) (5) (5)

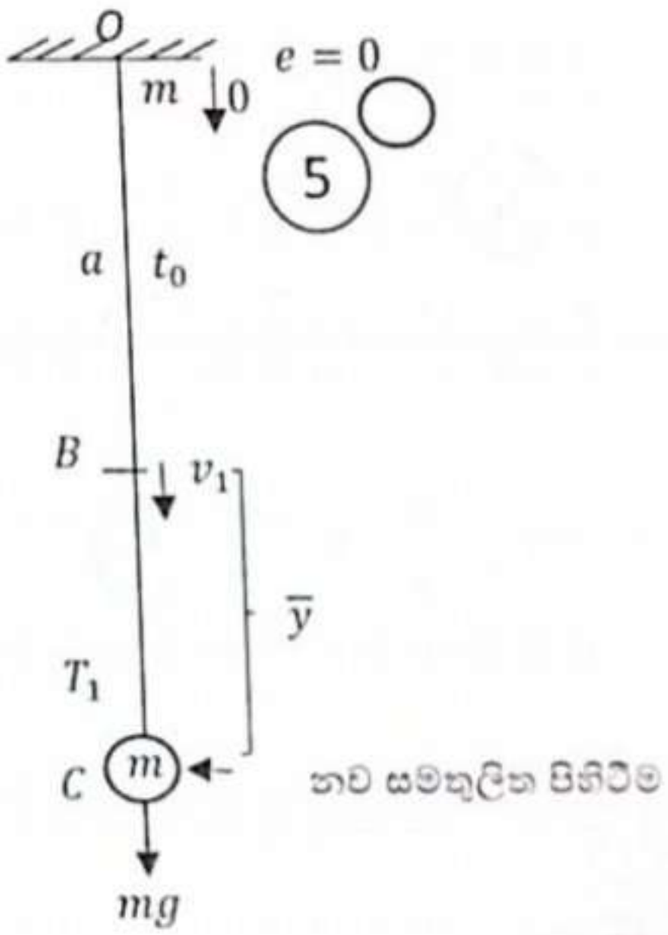
$$\therefore \frac{(a+l)^2}{a} - 2(2a+l) = a$$

$$\therefore a^2 + 2al + l^2 - 4a^2 - 2la = a^2 .$$ (5)

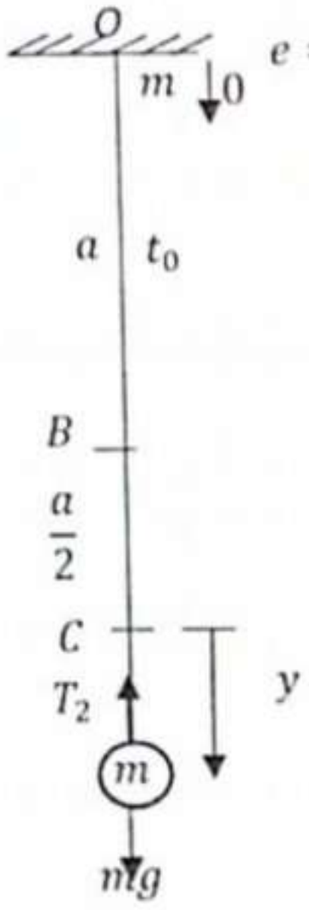
$$\therefore l^2 = 4a^2.$$

$$\therefore l = 2a.$$ (5)

30



නව සමතුලිත පිහිටීම



O සිට B :

$\downarrow$ $v^2 = u^2 + 2as$

$v_1^2 = 0 + 2ga$

$v_1 = \sqrt{2ga}$. (5)

$\downarrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$a = \frac{1}{2}gt_0^2$

$\therefore t_0 = \sqrt{\frac{2a}{g}}$ (5)

දැන්, $2mg.\frac{\bar{y}}{a} = mg$ (5)

$\therefore \bar{y} = \frac{a}{2}$. (5)

$\downarrow$ $\underline{F} = m\underline{a}$:

(5)

$mg - \frac{2mg(\bar{y} + y)}{a} = m\ddot{y}$ (5)

$mg - \frac{2mg\left(\frac{a}{2} + y\right)}{a} = m\ddot{y}$

$\ddot{y} + \frac{2g}{a}y = 0$ (5)

$\ddot{y} + \omega_1^2 y = 0$; $\omega_1 = \sqrt{\frac{2g}{a}}$

40

විකල්පය:

$$\dot{y}^2 = \omega_1^2(c^2 - y^2) \quad (5)$$

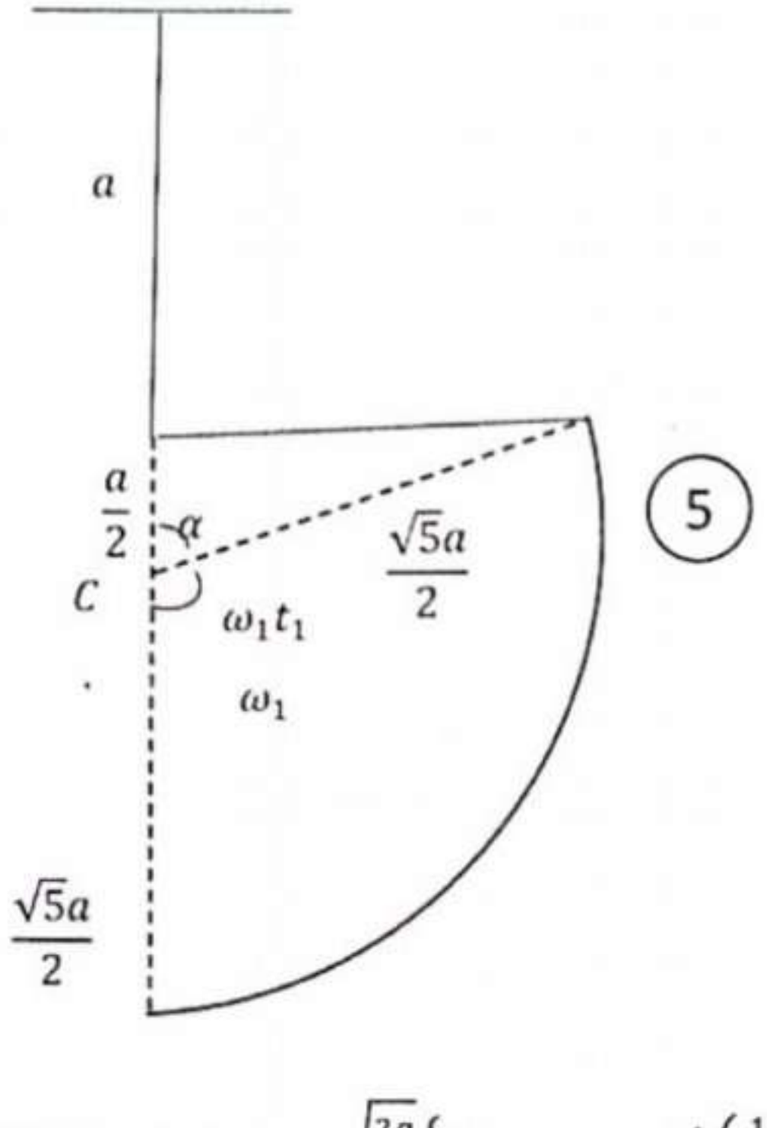
$$\dot{y} = \sqrt{2ga} \text{ when } y = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore 2ga = \frac{2g}{a}\left(c^2 - \frac{a^2}{4}\right) \quad (5)$$

$$a^2 = c^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$\therefore c^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\therefore c = \frac{\sqrt{5}a}{2} \quad (5)$$



(5)

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (5)$$

$$\omega_1 t_1 = \pi - \alpha \quad (5)$$

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{2g}{a}}\left\{\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right\}$$

අවශ්‍ය කාලය $= t_0 + t_1 = \sqrt{\frac{2g}{a}}\left\{1 + \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right\}$ (5)

35

14. (a) සුසමාදර්ශ ආකෘතියෙන්, A, B, C හා D ලක්ෂය හතරක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a} = -\mathbf{i} - \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $\mathbf{c} = 8\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}$ හා $\mathbf{d} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ වේ; මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ.

AB හා DC රේඛා, සමාන්තර වේ. $\alpha = 8$ බව පෙන්වන්න.

AC හා BD රේඛා පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{e}$ වූ E ලක්ෂයේදී ඡේදනය වේ.

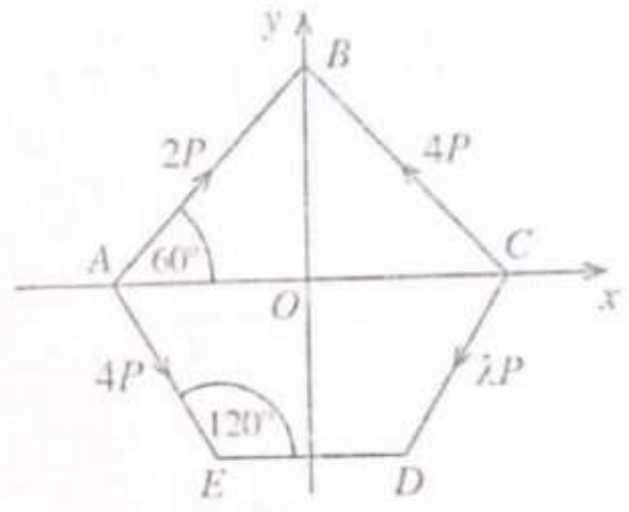
$\overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{AC}$ සැලකීමෙන්, $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $\mathbf{e} = (1-\lambda)\mathbf{a} + \lambda\mathbf{c}$ බව පෙන්වන්න.

මෙලෙසම, $\mu \in \mathbb{R}$ සඳහා $\mathbf{e} = (1-\mu)\mathbf{b} + \mu\mathbf{d}$ බව ද පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් $\mathbf{e}$ සොයන්න.

$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{ED}$ සැලකීමෙන් $A\hat{E}D$ සොයන්න.

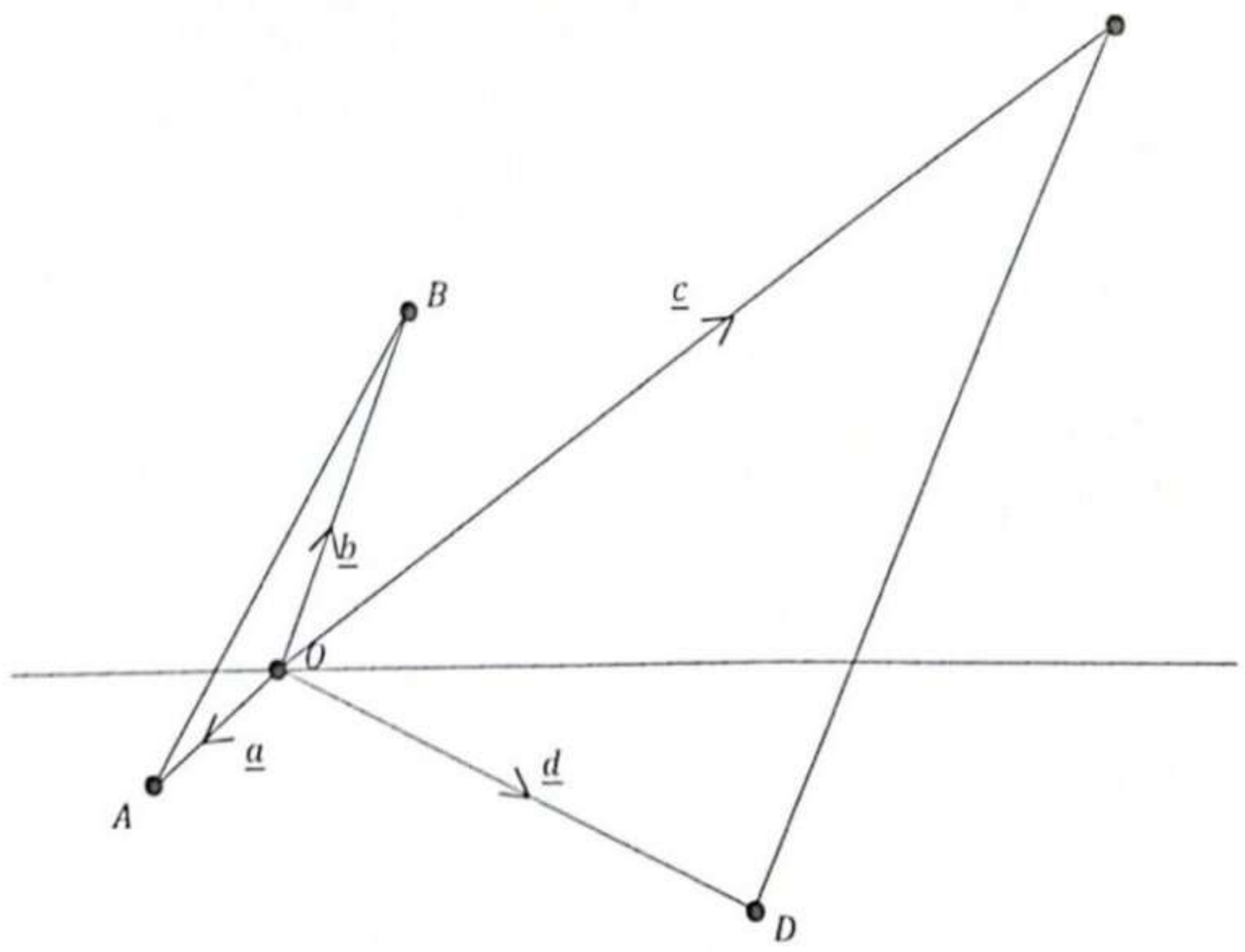
(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති $ABCDE$ පංචාස්‍රය y-අක්ෂයෙ එටා සමමිතික වේ. A හා C තිරස x-අක්ෂය මත ද B තිරසය y-අක්ෂය මත ද පිහිටයි. තවද, $AC = 4a$, $DE = 2a$, $A\hat{E}D = 120^\circ$ හා $O\hat{A}B = 60^\circ$ ද වේ; මෙහි O යනු මූලය වේ.



විශාලත්ව $2P$, $4P$, λP හා $4P$ වන බල හතරක් පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$ හා $\overrightarrow{AE}$ දිගේ ක්‍රියාකරයි; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. මෙම බල පද්ධතිය O හරහා ක්‍රියාතරන $\mathbf{R}$ නම් බලයකට තුල්‍ය වන බව දී ඇත. λ හි අගය ද, $\mathbf{R}$ හි විශාලත්වය හා දිශාව ද සොයන්න.

ඇත්, විශාලත්වය $2P$ වූ $\overrightarrow{DE}$ දිගේ ක්‍රියාකරන බලයක් හා වාමාවර්ත අනට ක්‍රියාකරන $4\sqrt{3}Pa$ සූර්ණයක් සහිත යුග්මයක් ඉහත පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය උත්තනය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(a)



$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a} = \left(\underline{i} + 4\underline{j}\right) - \left(\underline{-i} - \underline{j}\right) = 2\underline{i} + 5\underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d} = \left(8\underline{i} + \alpha\underline{j}\right) - \left(4\underline{i} - 2\underline{j}\right) = 4\underline{i} + (\alpha + 2)\underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{DC}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$, $k \in \mathbb{R}$ සඳහා

$\Leftrightarrow 4\underline{i} + (\alpha + 2)\underline{j} = k\left(2\underline{i} + 5\underline{j}\right)$ (5)

$4 = 2k$ හා $\alpha + 2 = 5k$ (5)

$\therefore k = 2$ හා $\alpha + 2 = 10$

$\therefore \alpha = 8$ (5)

25

$\overrightarrow{AE} // \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AC}$, $\lambda \in \mathrm{R}$ සඳහා . (5)

$\therefore \underline{e} - \underline{a} = \lambda(\underline{c} - \underline{a})$

$\underline{e} = (1 - \lambda)\underline{a} + \lambda\underline{c}$ (5)

10

$\overrightarrow{BE} // \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{BE} = \mu\overrightarrow{BD}$, $\mu \in \mathrm{R}$ සඳහා . (5)

$\therefore \underline{e} - \underline{b} = \mu(\underline{d} - \underline{b})$

$\underline{e} = (1 - \mu)\underline{b} + \mu\underline{d}$ (5)

15

$\therefore (1-\lambda)\underline{a} + \lambda\underline{c} = (1-\mu)\underline{b} + \mu\underline{d}$ (5)

$(1-\lambda)\left[-\underline{i} - \underline{j}\right] + \lambda\left[8\underline{i} + 8\underline{j}\right] = (1-\mu)\left[\underline{i} + 4\underline{j}\right] + \mu\left[4\underline{i} - 2\underline{j}\right]$ (5)

$(9\lambda - 1)\underline{i} + (9\lambda - 1)\underline{j} = (3\mu + 1)\underline{i} + (-6\mu + 4)\underline{j}$ (5)

$(9\lambda - 1) = (3\mu + 1) \Rightarrow (9\lambda - 1) = -6\mu + 4$ (5)

$3\mu + 1 = -6\mu + 4$

$9\mu = 3 \quad \therefore \mu = \frac{1}{3}$

$\lambda = \frac{1}{3}$ (5)

$\therefore \underline{e} = 2\underline{i} + 2\underline{j}$ (5)

30

$A\hat{E}D = \theta$. කිව්ව හෝදිලා

$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{ED} = |\overrightarrow{EA}||\overrightarrow{ED}| \cos\theta$ (5)

$\underline{a} - \underline{e} = -3\underline{i} - 3\underline{j}$

$\underline{d} - \underline{e} = 2\underline{i} - 4\underline{j}$

$(\underline{a} - \underline{e}).(\underline{d} - \underline{e}) = |\overrightarrow{EA}||\overrightarrow{ED}| \cos\theta$

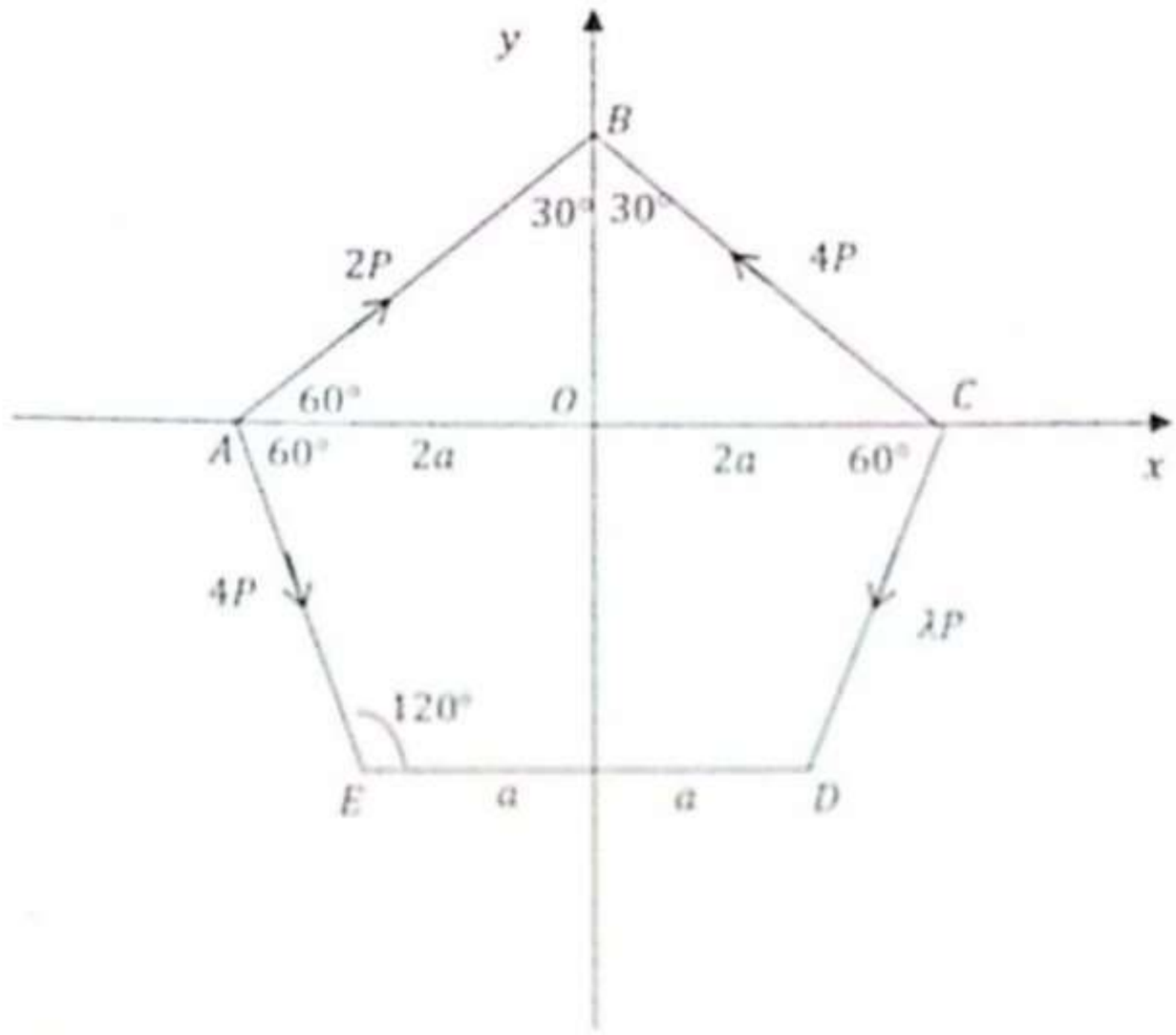
(5) (5)

$-6 + 12 = \sqrt{18}.\sqrt{20} \cos\theta$

$\therefore \quad \theta = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{10}}$ (5)

20

(b)



$O \curvearrowright$ $(2P \sin 60^\circ \times 2a) - (4P \sin 60^\circ \times 2a) - (4P \sin 60^\circ \times 2a) + (\lambda P \sin 60^\circ \times 2a) = 0$ (10)

$-6P + \lambda P = 0$

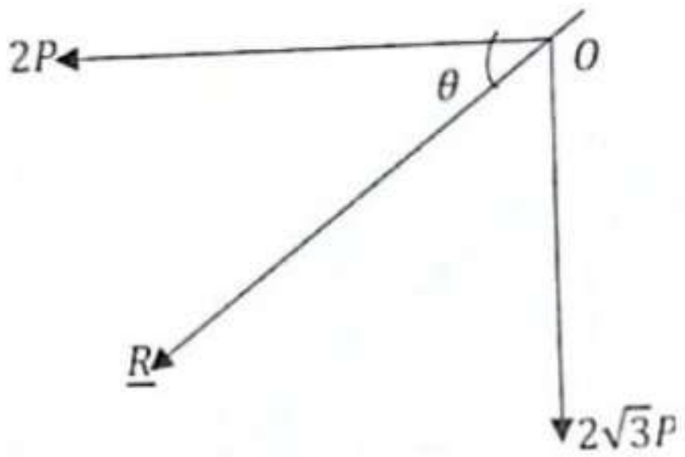
$\therefore \lambda = 6 \quad (P \neq 0)$ (5)

(5)

$\uparrow$ $Y = 2P \sin 60^\circ - 4P \sin 60^\circ + 4P \sin 60^\circ - 6P \sin 60^\circ = -2\sqrt{3}P$

(5)

$\rightarrow$ $X = 2P \times \frac{1}{2} - 6P \times \frac{1}{2} = -2P$



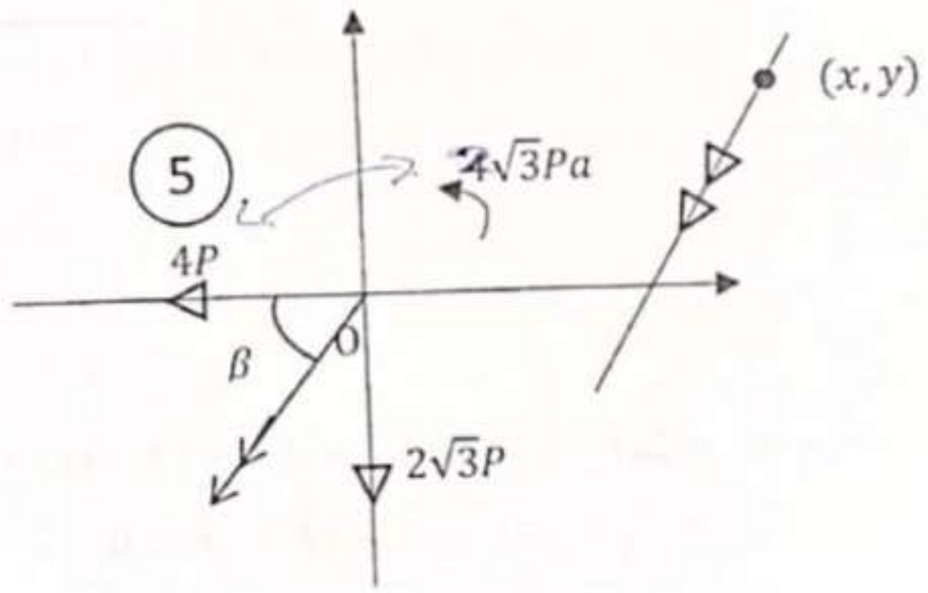
(5)

$|\underline{R}| = \sqrt{4 + 12}P = 4P$

$\tan\theta = \frac{2\sqrt{3}P}{2P} = \sqrt{3}$

$\theta = 60°$ (5)

35



(5)

$|\underline{R_1}| = \sqrt{16 + 12}P = 2\sqrt{7}P$

$\tan\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\beta = tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (5)

(x, y) වටා දක්ෂිණාවර්ත සූර්ණය:

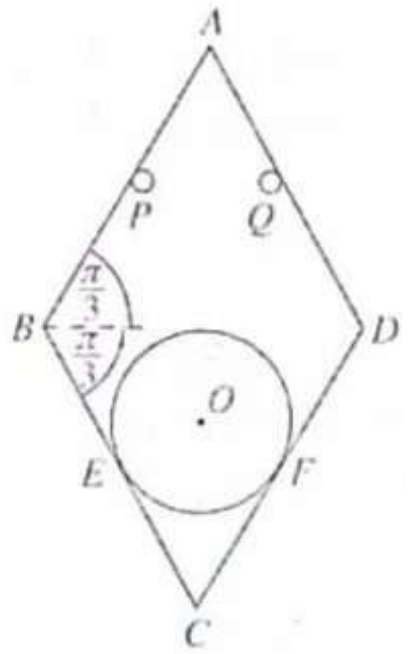
$4Py - 2\sqrt{3}\,Px - 4\sqrt{3}\,Pa = 0.$ (5)

i.e. $2y - \sqrt{3}x - 3\sqrt{3}a = 0.$

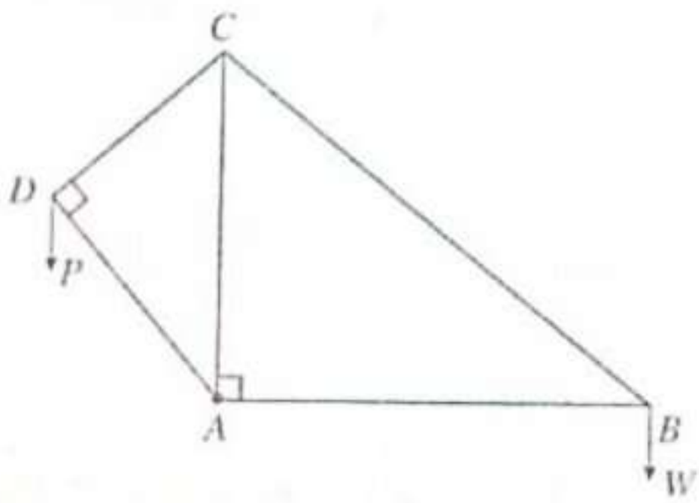
20

15. *(a)* $2a$ සමාන දිගින් හා W සමාන බරින් යුත් AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දඬු හතරක් A, B, C හා D ලක්ෂවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. කේන්ද්‍රය O ද අරය $\frac{a}{\sqrt{3}}$ ද බර W ද වන සුමට ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැටියක් BC හා CD දඬු පිළිවෙළින් E හා F හිදී ස්පර්ශ කරමින් $ABCD$ රාමුව ඇතුළත තබා ඇත.

රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, රාමුවෙන් හා තැටියෙන් සමන්විත පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ ඇත්තේ එකම සිරස් මට්ටමේ පිහිටි P හා Q අචල සුමට නාදැනි දෙකක් මගිනි. $A\hat{B}C = \frac{2\pi}{3}$, $CE = CF = a$ හා AOC රේඛාව සිරස්ව බව දී ඇත. CD මගින් BC මත C සන්ධියේදී යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{\sqrt{3}}{2}W$ බව පෙන්වා නාදැනි දෙක අතර දුර සොයන්න.



(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, අන්තවැදි සුමටව සන්ධි කළ AB, BC, CD, DA හා AC සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AC = 2a$, $B\hat{A}C = 90°$, $C\hat{D}A = 90°$, $A\hat{B}C = 30°$ හා $C\hat{A}D = 30°$ බව දී ඇත. B සන්ධියෙහි W භාරයක් එල්ලා රාමු සැකිල්ල A හිදී අචල ලක්ෂයකට සුමටව අසවු කර AC සිරස්ව ඇතිව පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ එයට D සන්ධියෙහිදී සිරස්ව පහළට යෙදූ P බලයක් මගිනි.

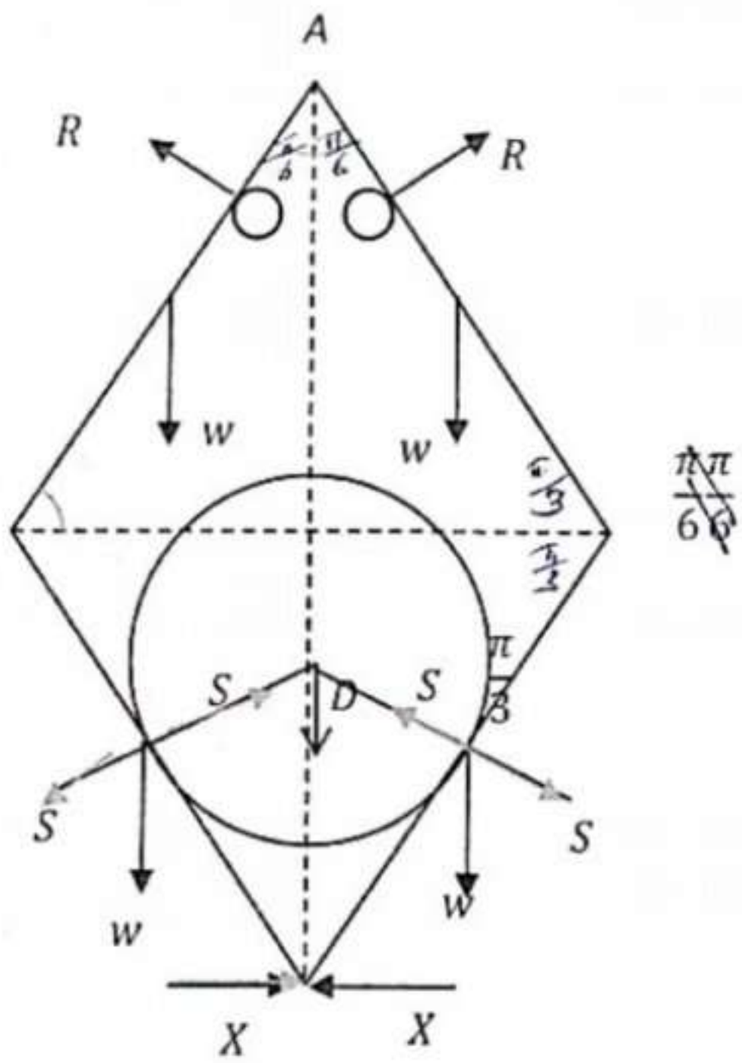


(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) මෙම අංකනය භාවිතයෙන් B, C හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සමීකරණ ඇඳින්න.

ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

(a)



10 බල සඳහා

නා දැනි අතර දුර $2b$ ඇයි ගනිමු.

5 – නිවැරදියි ($Y=0$)

සැරිය සඳහා: $\uparrow 2S\cos\frac{\pi}{3} = W$

$S = W$ (5)

පුද්ගලිය සඳහා: $\uparrow 2R\cos\frac{\pi}{3} = 5W$

$R\frac{1}{2} = \frac{5}{2}W$

$R = 5W$ (5)

BC සඳහා: B $W \times a\cos\frac{\pi}{3} + S \times a - X \times 2a\sin\frac{\pi}{3} = 0$ (10)

$W \times \frac{1}{2} + W = X \times \sqrt{3}$

$\frac{3W}{2} = X\sqrt{3}$

$\therefore X = \frac{\sqrt{3}W}{2}$ (5) (10)

ABC සඳහා: $R \times b\,\mathrm{cosec}\frac{\pi}{6} - 2W \times a\sin\frac{\pi}{6} - X \times 4a\cos\frac{\pi}{6} - S\cos\frac{\pi}{3} \times a\sin\frac{\pi}{6} S\sin\frac{\pi}{3} \times 3a\cos\frac{\pi}{6} = 0$

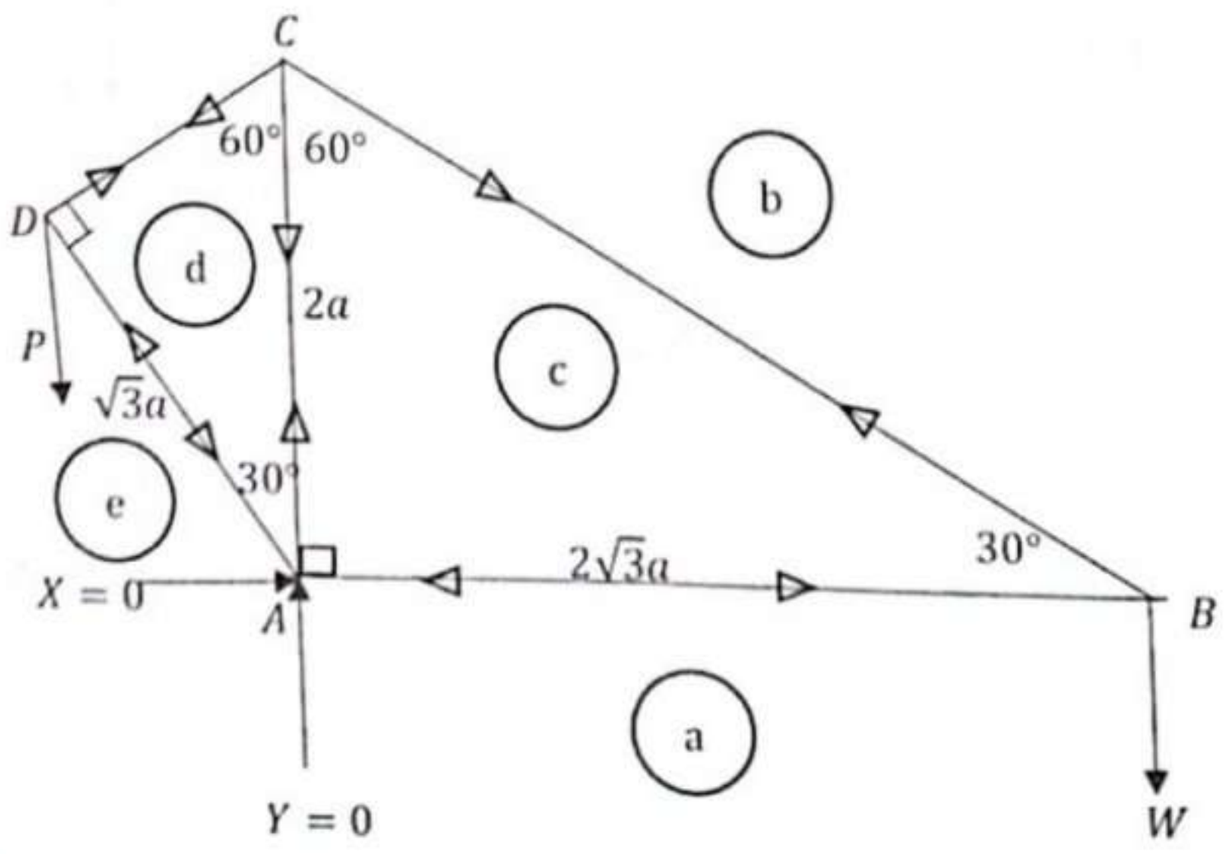
$5W \times 2b - W \times a - \frac{\sqrt{3}W}{2} \times 4a \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{Wa}{4} + \frac{9Wa}{4} = 0$

$\therefore b = \frac{a}{5}$

$\therefore$ නා දැඩි අතර දුර $= \frac{2a}{5}$. (5)

55

(b)



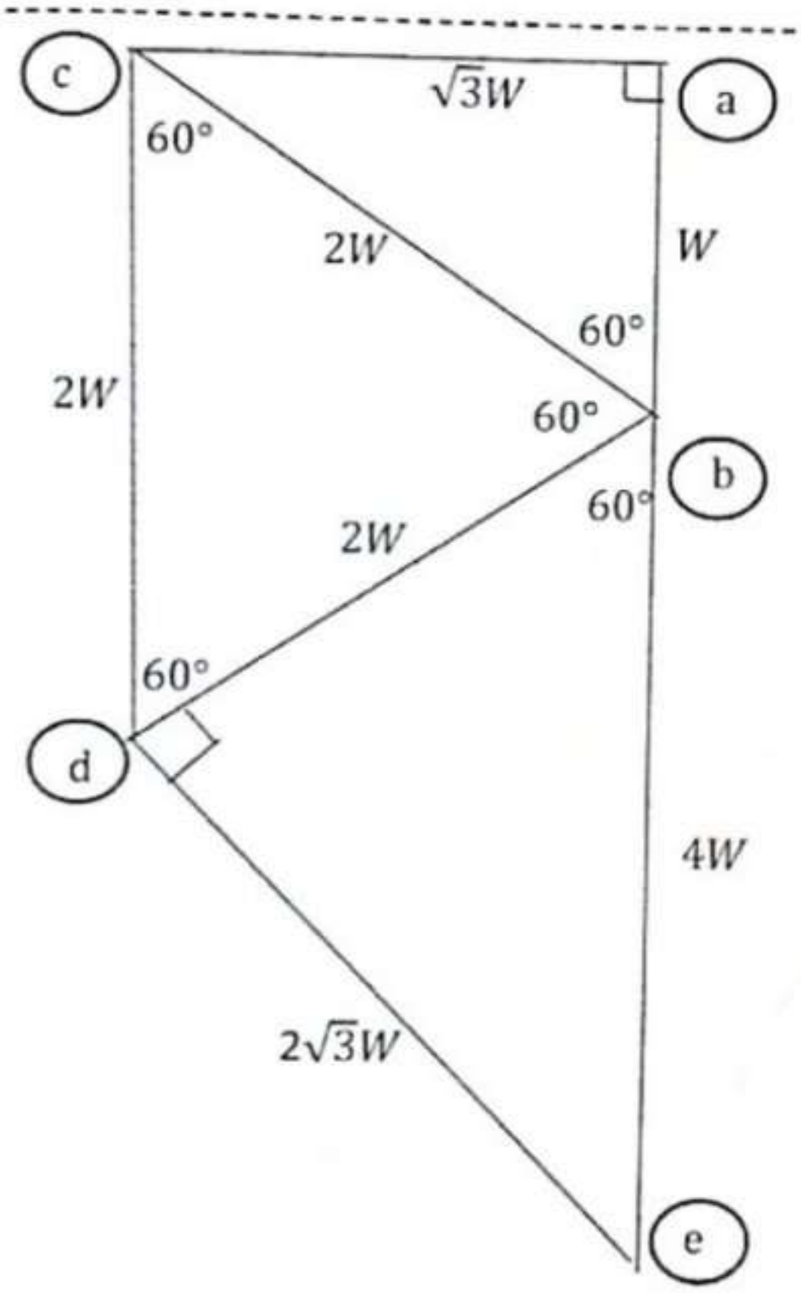
$$AB = 2a\cot 30° = 2\sqrt{3}a$$

$$AD = 2a\cos 30° = \sqrt{3}a$$

$A \curvearrowright$ $W \times 2\sqrt{3}a - P \times \sqrt{3}a \sin 30° = 0$ (10)

$\therefore P = 4W$ (5)

15



30

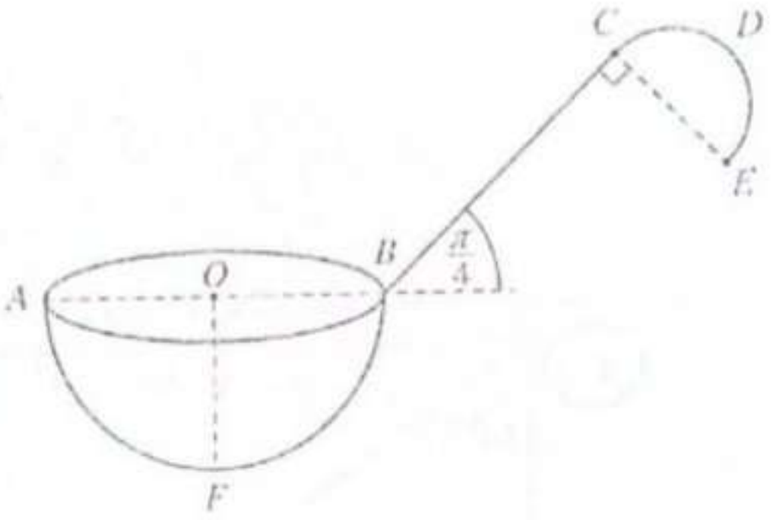
දණ්ඩ	විශාලත්වය	ආනතිය/තෙරපුම
AB	$\sqrt{3}W$	තෙරපුම
BC	$2W$	ආනතිය
AC	$2W$	තෙරපුම
CD	$2W$	ආනතිය
AD	$2\sqrt{3}W$	තෙරපුම

80

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද,

(ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද

පිහිටන බව පෙන්වන්න.

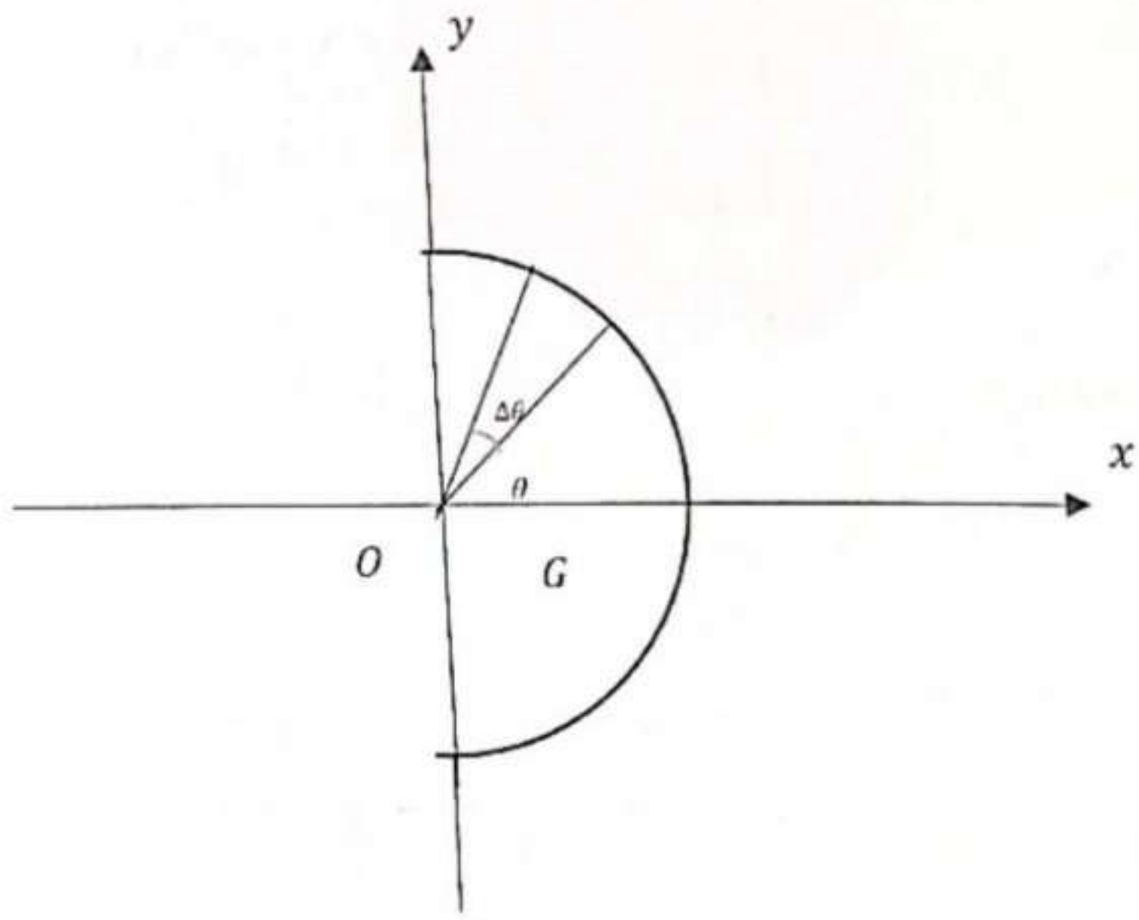


රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය $\sqrt{2}a$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර CDE කොටසකින් හා දිග $2\sqrt{2}a$ වූ BC සාජු තොටසකින් සමන්විත සිහින් ඒකාකාර $BCDE$ තහඩියකින් සාදා ඇත. කේන්ද්‍රය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොලකට දාඩ ලෙස සවි කර නැන්දක් සාදා ඇත. CE විෂ්කම්භය BC ට ලම්බ වේ. A හා B ලක්ෂ්‍ය අර්ධ ගෝලාකාර කබොලෙහි වෘත්තාකාර ගැටවේ විෂ්කම්භයක අන්ත වන අතර F ලක්ෂ්‍යය අර්ධ ගෝලාකාර කබොලෙහි පෘෂ්ඨය මත පිහිටා ඇත්තේ OF හා OB ලම්බ වන පරිදි ය.

$\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ අතර කෝණය $\frac{\pi}{4}$ ක් වන අතර O, A, B, C, D, E හා F ලක්ෂ්‍ය එකම තලයක පිහිටයි. අර්ධ ගෝලාකාර කබොලෙහි ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්ධය $\sqrt{2}a\sigma$ ද වේ. නැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OB ට සාපේක්ෂව $\left(\frac{3\pi-4}{2+5\pi}\right)a$ දුරකින් ද OF සිට $\left(\frac{8+5\pi}{2+5\pi}\right)a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දැන්, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත්තේ OF සිරස්ව ඇතිව F ලක්ෂ්‍යය තිරස් ගෙවීමක් ඔප්ප කරමින් නැන්ද සමතුලිතතාවේ තැබිය හැකිවන පරිදි ය. a හා σ ඇසුරෙන් m සොයන්න.

(i)



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x-අක්ෂය මත පිහිටයි.

5

$\Delta m = a\Delta\theta\rho$, මෙහි ρ යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}$ යැයි ගනිමු.

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho a\cos\theta\, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho\, d\theta}$$

5 + 5

$$= \frac{a \sin\theta|_{-\pi/2}^{\pi/2}}{\theta|_{-\pi/2}^{\pi/2}} \quad (5)$$

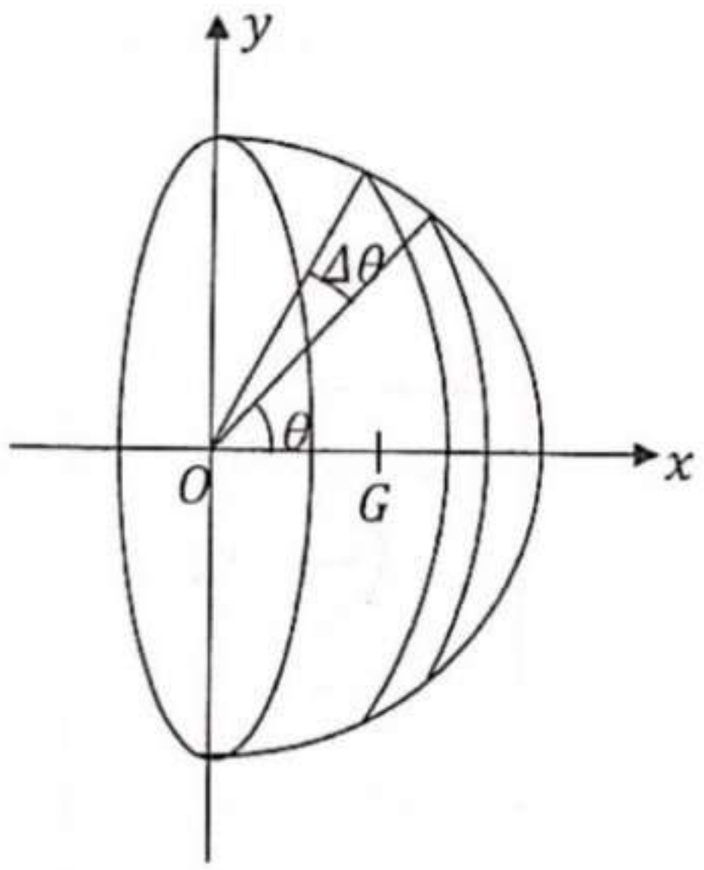
$$= \frac{2a}{\pi} \quad (5)$$

25

සමමිතියෙන්. ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි (5)

$\Delta m = 2\pi(\mathrm{a}\ \sin\theta)\ a\rho\theta.$ මෙහි σ යනු ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}.$ යැයි ගනිමු.

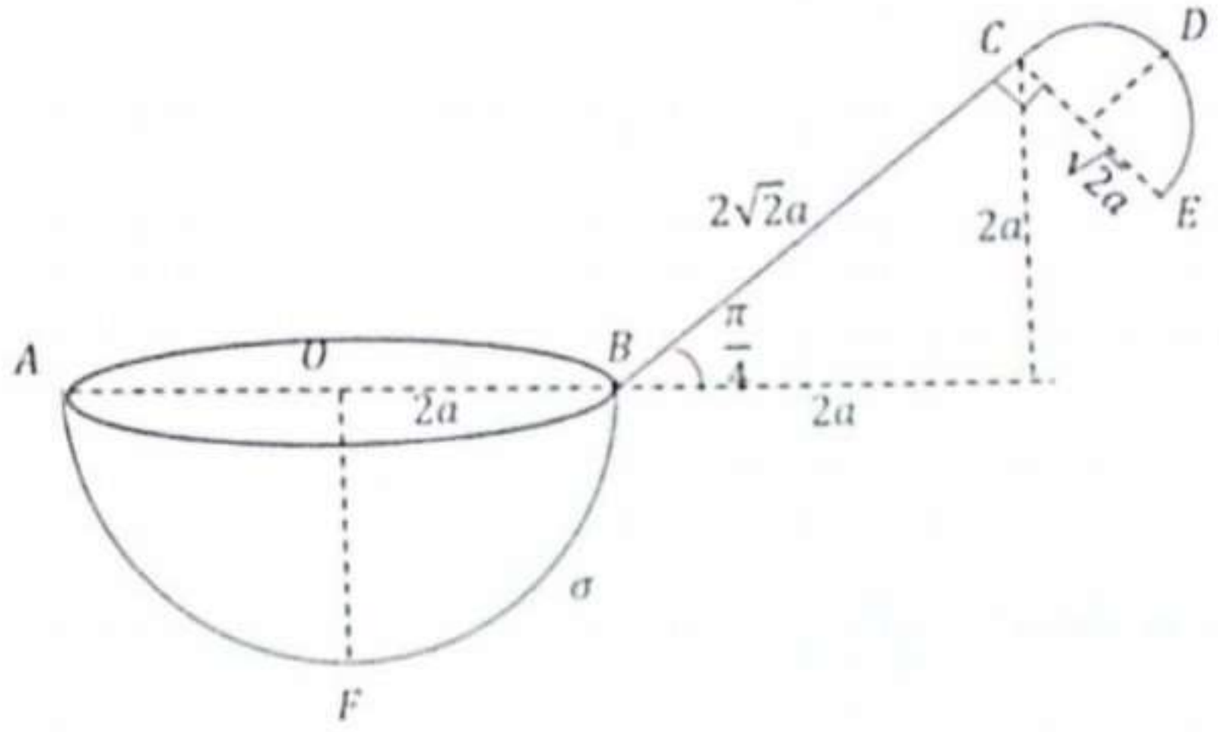


$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(a\ \sin\theta)\ a\ \sigma\ a\ \cos\theta\ \mathrm{d}\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(a\ \sin\theta)\ a\ \sigma\ \mathrm{d}\theta} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{\frac{a\sin\theta}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}}{-\cos\theta|_0^{\frac{\pi}{2}}} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{a}{2}. \quad (5)$$

30



විස්තරය	ස්කන්ධය	CM හා OB ට ලඹ (↑)	OF හා ට (→)
$2a$	$2\pi(2a)^2\sigma$ $= 8\pi a^2\sigma$	$-\frac{2a}{2} = -a$	0
$2\sqrt{2}a$	$(2\sqrt{2}a)\sqrt{2}a\sigma$ $= 4a^2\sigma$	$\sqrt{2}a\sin\frac{\pi}{4} = a$	$3a$
$\sqrt{2}a$	$(\pi\sqrt{2}a)(\sqrt{2}\,a\sigma)$ $= 2\pi a^2\sigma$	$2a - \sqrt{2}a\times\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}a}{\pi}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ $= a + \frac{2a}{\pi}$	$2a + 2a + a + \frac{2\sqrt{2}a}{\pi}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ $= 5a + \frac{2a}{\pi}$
සංයුක්ත	$(10\pi + 4)a^2\sigma$ $= \underbrace{(5\pi + 2)}_{k}2a^2\sigma$	$\bar{y}$	$\bar{x}$

50

$k = (5\pi + 2)$

$$2ka^2\sigma.\bar{x} = 4a^2\sigma \times 3a + 2\pi a^2\sigma\left(5a + \frac{2a}{\pi}\right)$$ (10)

$$k\bar{x} = 6a + 5\pi a + 2a$$

$$\bar{x} = \left(\frac{8 + 5\pi}{2 + 5\pi}\right)a$$ (5)

$$2ka^2\sigma\bar{y} = 8\pi a^2\sigma(-a) + 4a^2\sigma \times a + 2\pi a^2\sigma\left(a + \frac{2a}{\pi}\right) \quad (10)$$

$$k\bar{y} = -4\pi a + 2a + \pi a + 2a$$

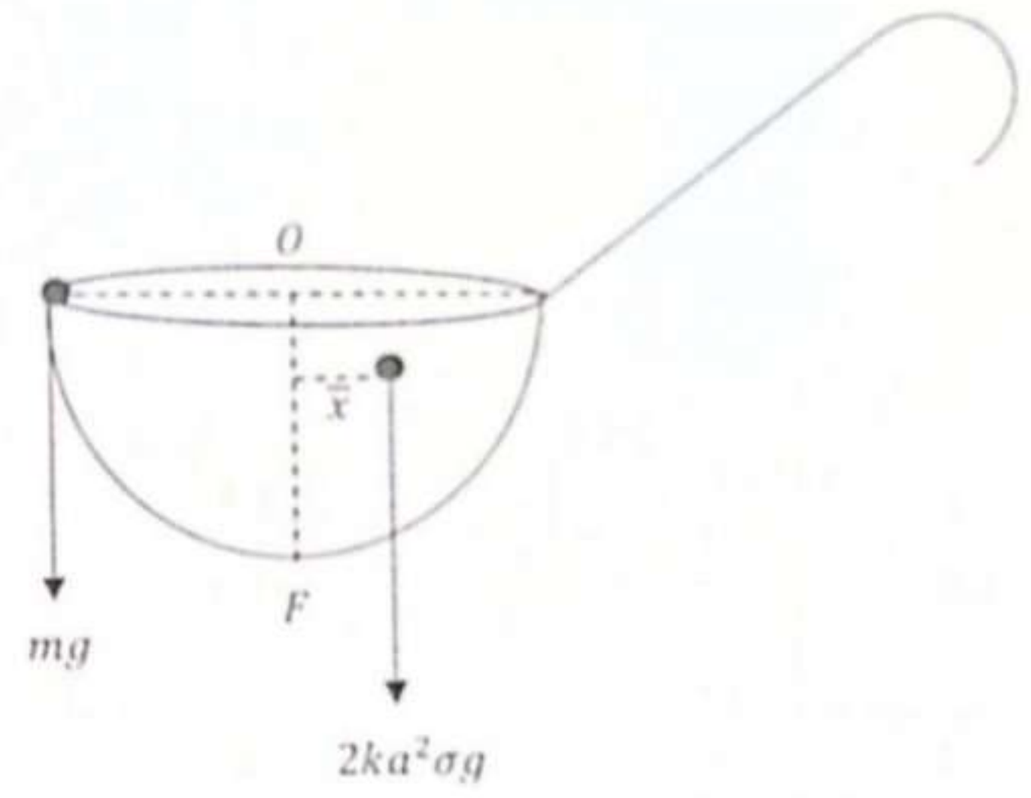
$$k\bar{y} = 4a - 3\pi a$$

$$\bar{y} = \left(\frac{4 - 3\pi}{2 + 5\pi}\right)a$$

$$= -\left(\frac{3\pi - 4}{2 + 5\pi}\right)a \quad (5)$$

80

$\therefore$ OB 0 $\cos\beta$ $\alpha\left(\frac{3\pi-4}{2+5\pi}\right)$.



O $\curvearrowright$ $mg \times 2a = 2ka^2\sigma g \times \bar{x}$ (10)

$\therefore m = ka\sigma.\left(\frac{8+5\pi}{k}\right)a$

$\therefore m = (8 + 5\pi)a^2\sigma$ (5)

15

---

17. (a) A හා B සර්වසම මල පෙට්ටි දෙකකි. A මල්ලෙහි සුදු පාට බෝල 3 ක් හා කළු පාට බෝල 2 ක් අඩංගු වන අතර B මල්ලෙහි සුදු පාට බෝල 4 ක් හා කළු පාට බෝල 3 ක් අඩංගු වේ. මෙහිදී, එක් පාවිච්චියක් සඳහා අහඹු ලෙස මල්ලක් තෝරා ගැනීම සිදුකරනු ලැබේ. ඇත්, සුනු ගෙඩිවල 1, 2, 3, 4, 5 හා 6 යන සංඛ්‍යා ඇති පැති සහිත ඒකාකාර ඝන දාදු කැට දෙකක් එකට පෙරළනු ලැබේ. එසේ ලැබෙන සංඛ්‍යාවල එකතුව ප්‍රථමික සංඛ්‍යාවක් නම් A මල්ල ද, නොවන්නේ නම් B මල්ල ද තෝරාගනු ලැබේ. තෝරාගත් මල්ලෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඉවතට ගත් බෝලය කළු පාට එකක් බව දී ඇති විට, මෙම බෝලය A මල්ලෙන් ඉවතට යෙන ගිහිමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) සිසුන් 100 දෙනෙකුට කිසියම් කාර්යයක් නිම කිරීම සඳහා ගත් කාලයන් පහත වගුවේ සාරාංශගත කර ඇත:

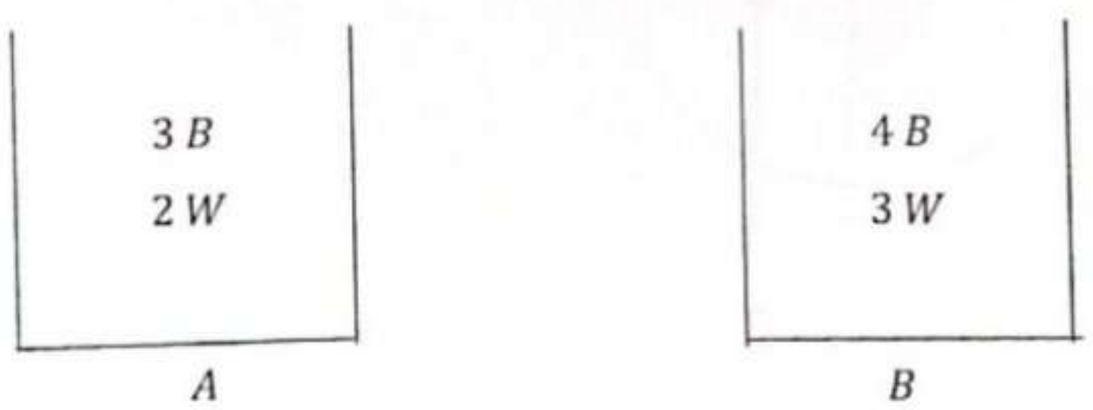
ගත් කාලය (තත්පර)	සිසුන් ගණන
0 – 10	10
10 – 20	20
20 – 30	35
30 – 40	20
40 – 50	15

ඉහත දී ඇති සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය, මධ්‍යනාංකය හා විචලතාව නිමානය කරන්න.

පසුව, තවත් සිසුන් 25 දෙනෙකුට එම කාර්යයම දෙන ලදී. මෙම සිසුන් ඉහත වගුවේ එක් එක් කාල ප්‍රාන්තරයට 5 දෙනෙකු බැගින් වැටුණි.

නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාංකය නිමානය කරන්න.

(a)



1 \ 2	1	2	3	4	5	6
1	(2)	(3)	4	(5)	6	(7)
2	(3)	4	(5)	6	(7)	8
3	4	(5)	6	(7)	8	9
4	(5)	6	(7)	8	9	10
5	6	(7)	8	9	10	(11)
6	(7)	8	9	10	(11)	12

$P\underbrace{(\text{එකතුව පූර්ණයක්})}_{A} = \frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ (15)

(5)

$P\underbrace{(\text{එකතුව පූර්ණයක් නොවීම})}_{B} = \frac{7}{12}$

C = ඉවතට ගත්කාලය සළුවට වීම

(i) මුළු සම්භාවිතා සිතමය :

$$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C)$$

$$= P(C|A).P(A) + P(C|B).P(B)$$

(10) (10)

$$= \frac{3}{5} \times \frac{5}{12} + \frac{4}{7} \times \frac{7}{12} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{12}(3+4)$$

$$= \frac{7}{12} \quad (5)$$

50

(ii) බේස් ප්‍රමේය:

$$P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{P(C|A).P(A)}{P(C)}$$

$$= \frac{\frac{3}{5} \times \frac{5}{12}}{\frac{7}{12}} = \frac{3}{7}$$

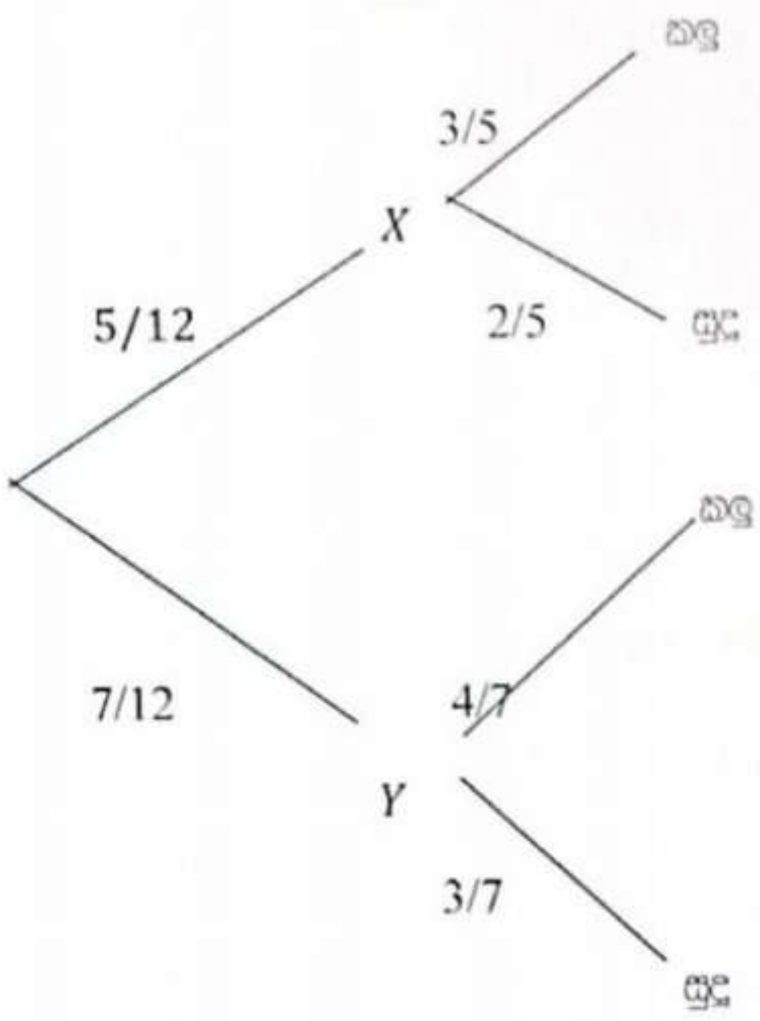
10 + 5 + 5

20

විකල්පය:

X = එකතුව ප්‍රථමක වේ.

Y = එකතුව ප්‍රථමක නොවේ.



10 10

$$P(C) = \frac{5}{12} \times \frac{3}{5} + \frac{7}{12} \times \frac{4}{7}$$ (5)

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{7}{12}$$ (5)

30

10

$$P(A|C) = \frac{\frac{5}{12} \times \frac{3}{5}}{\frac{7}{12}} = \frac{3}{7}$$ (5)

5

20

(b) 5 5 5 5

කාලය(s)	f_i	x_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0-10	10	5	50	250
10-20	20	15	300	4500
20-30	35	25	875	21875
30-40	20	35	700	24500
40-50	15	45	675	30375
	100		2600	81500

4×5=20

20

(10)

මාදිනම = $20 + \frac{10}{35} \times 20 = 20 + \frac{40}{7} = 25.714$ (5)

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{5} f_i}$ (5)

$= \frac{2600}{100}$ (5)

$= 26$ (5)

මධ්‍යගතය = $\frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{5} f_i} - \bar{x}^2$ (5)

$= \frac{81500}{100} - 26^2$ (5)

$= 815 - 676$

$= 139$ (5)

65

නව මධ්‍යනය $\bar{y}$ ලෙස ගනිමු

$125\bar{y} = 100\bar{x} + 5(5 + 15 + 25 + 35 + 45)$ (10)

$= 2600 + 5 \times 125$

$= 3225$

$\therefore \bar{y} = \frac{3225}{125} = 25.8$

(5)

15