සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය I		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. සාධකවලට වෙන් කරන්න: $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$.

2. $a-b$ යන්න 3 හා 5 දෙකෙන් ම බෙදෙයි නම්, aRb මගින් සියලු පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය වූ $\mathbb{Z}$ මත R සම්බන්ධයක් අර්ථ දැක්වේ යැයි ගනිමු. R යනු $\mathbb{Z}$ මත තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වා, 0 හි තුල්‍යතා පන්තිය ලියා දක්වන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

විභාග අංකය

0191

3. $x \geq 2$ සඳහා $f(x) = x^2 - 4x + 5$ යැයි ගනිමු. f යන්න එකට-එක බව පෙන්වා, f හි පරාසය සොයන්න. $f^{-1}(x)$ ද සොයන්න.

4. $a, b, c \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix} = (1 + abc)(a-b)(b-c)(c-a)$ බව පෙන්වන්න.

5. $(-a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට $y^2 = 4ax$ පරාවලයට ඇඳි ස්පර්ශක ලම්බ බව පෙන්වන්න.

6. $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. තවද, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ යනු $f(x) = \begin{cases} \dfrac{a\left(\sqrt{x+1}-2\right)}{x-3}, & x > 3 \text{ නම්,} \\ e^{x-3} + bx, & x \leq 3 \text{ නම්,} \end{cases}$

මගින් දෙනු ලබන ශ්‍රිතය යැයි ගනිමු. f සන්තතික බව හා $x = 0$ විට f හි ප්‍රස්ථාරයට ඇඳි ස්පර්ශක රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $e^{-3} + 1$ බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

7. $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = 2^x$ හා $x > -1$ සඳහා $g(x) = 1 + \ln(x+1)$ යැයි ගනිමු. $x=0$ විට f හා g හි ප්‍රස්තාරවලට ඇඳි ස්පර්ශක රේඛාවල අනුක්‍රමණ සොයන්න.

දැන් h: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ යනු

$$h(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \text{ නම්,} \\ 1 + \ln(x+1), & x > 0 \text{ නම්,} \end{cases}$$

මගින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය යැයි ද ගනිමු. $x = 0$ හිදී h අවකලනය ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-y}{x+y} + \dfrac{y}{x}$ යන අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

9. [0, 1] මත f'' සන්තතික ද, $f'(1) = f(1)$ ද වන පරිදි වූ තාත්ත්වික අගයැති ශ්‍රිතයක් f යැයි ගනිමු.

$\int_0^1 \left\{x f'(x) + x^2 f''(x)\right\} \mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\, \mathrm{d}x$ බව පෙන්වන්න.

10. එකම රූපයක, $r = 1 + \sin\theta$ සහ $r = 3\sin\theta$ යන ධ්‍රැවක සමීකරණ ඇති වක්‍රවල දළ සටහන් අඳින්න. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා මෙම වක්‍ර දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) A, B හා C යනු S සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. කුලක වීජයෙහි ඔබ භාවිත කරන නියම පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

(i) $(B\cup C)\cap A' = (A'\cap B)\cup(C\cap A'\cap B')$,

(ii) $A\cap(B\cap C') = (A\cap B)\cap(A\cap C)'$.

බව පෙන්වන්න.

(*b*) සංචාරකයින් 400 ක සමූහයක් අතුරෙන් 103 දෙනෙකු අනුරාධපුරය නැරඹීමට පමණක් ද, 32 දෙනෙකු නුවර නැරඹීමට පමණක් ද 71 දෙනෙකු යාපනය නැරඹීමට පමණක් ද කැමැත්තක් දක්වයි. 19 දෙනෙකු නගර තුනම නැරඹීමට කැමැත්තක් දක්වයි. 41 දෙනෙකු මෙම නගර තුනෙන් කිසිවක් නැරඹීමට කැමැත්තක් නොදක්වයි. 235 දෙනෙකු නුවර නැරඹීමට කැමැත්තක් නොදක්වයි. 200 දෙනෙකු යාපනය නැරඹීමට කැමැත්තක් නොදක්වයි. නුවර හා යාපනය පමණක් නැරඹීමට කැමැති සංචාරකයින් ගණන සොයන්න.

12. (*a*) $a, b, c \in \mathbb{R}$ හා $a, b, c > 0$ යැයි ගනිමු.

(i) $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ බව ද,

(ii) $\dfrac{a^2+b^2}{c^2} + \dfrac{b^2+2c^2}{a^2} + \dfrac{2c^2+a^2}{b^2} \geq 2+4\sqrt{2}$ බව ද,

පෙන්වන්න.

(*b*) $u, v \in \mathbb{R}$ හි නිශ්ශූන්‍ය සමහර අගයන්ට $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ වන පරිදි, λ හි අගය සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන පරිණාමනය යටතේ එය මතටම අනුරූපණය වන, මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා **ද මුවාවර් ප්‍රමේයය** ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ද මුවාවර් ප්‍රමේය භාවිතයෙන්, $\theta \in \mathbb{R}$ සඳහා

$\cos 5\theta = \cos^5\theta - 10\cos^3\theta\sin^2\theta + 5\cos\theta\sin^4\theta$ බව හා

$\sin 5\theta = 5\cos^4\theta\sin\theta - 10\cos^2\theta\sin^3\theta + \sin^5\theta$ බව

පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq \frac{n\pi}{5}$ විට $\tan 5\theta = \dfrac{5\tan\theta - 10\tan^3\theta + \tan^5\theta}{1 - 10\tan^2\theta + \tan^4\theta}$ බව පෙන්වන්න.

$\tan\frac{\pi}{5}$ යන්න $x^4 - 10x^2 + 5 = 0$ සමීකරණයෙහි මූලයක් බව සාධනය කරන්න.

k හි අගයන් සඳහන් කරමින්, $\tan\frac{k\pi}{5}$ ආකාරයෙන් $x^4 - 10x^2 + 5 = 0$ සමීකරණයේ අනෙක් මූල දෙන්න.

$\tan^2\frac{\pi}{5} + \tan^2\frac{2\pi}{5} = 10$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

14. (*a*) C_1 හා C_2 යනු පිළිවෙළින් $y = |x^2 - 1|$ හා $y = x^2 - x|x|$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර යැයි ගනිමු. C_1 හා C_2 වක්‍ර මගින් ආවෘත වන S පෙදෙසෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

S පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය $\dfrac{2}{3\sqrt{3}}\left(1+\sqrt{3}\right)$ බව පෙන්වන්න.

තවද, S පෙදෙස x-අක්ෂය වටා 2π රේඩියනවලින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.

(*b*) $\left(x^2+1\right)\dfrac{dy}{dx} + xy = \sqrt{x^2+1}\,\sin x$ අවකල සමීකරණය, $x = 0$ විට $y = 1$ අවශ්‍යතාවය යටතේ විසඳන්න.

15. (*a*) $a > 0$ හා $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ සඳහා $I_n = \displaystyle\int_0^a x^n\sqrt{a^2 - x^2}\,dx$ යැයි ගනිමු.

$n \geq 2$ සඳහා $I_n = \dfrac{(n-1)}{(n+2)}a^2 I_{n-2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int_0^2 x^4\sqrt{4 - x^2}\,dx$ අගයන්න.

(*b*) x^5 හි පදය දක්වා එයත් ඇතුළත්ව x හි ආරෝහණ බලවලින් $\sin x$ හා $\ln(1-x)$ හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි සොයන්න.

ඒ නයින්, x^3 හි පදය දක්වා එයත් ඇතුළත්ව x හි ආරෝහණ බල ඇසුරෙන් $\sin 2x\ln(1+2x)$ හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණිය ලබාගන්න.

මෙය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \sin 2x \ln\left(\frac{1+2x}{1-2x}\right)dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

16. (i) $y = mx + c$ යන රේඛාව $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ඉලිප්සයට ස්පර්ශකයක් වන්නේ $c^2 = a^2m^2 + b^2$ ම නම් පමණක් බව සාධනය කරන්න.

(ii) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ඉලිප්සයට වූ සෘජුකෝණිකව ඡේදනය වන ස්පර්ශකයන්ගේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යයෙහි පථය $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(iii) $x^2 + 4y^2 = 4$ ඉලිප්සයට වූ ස්පර්ශකයක්, $x^2 + 2y^2 = 6$ ඉලිප්සය P හා Q ලක්ෂ්‍යවලදී හමු වේ. P හා Q හිදී $x^2 + 2y^2 = 6$ ඉලිප්සයට වූ ස්පර්ශක සෘජු කෝණික වන බව පෙන්වන්න.

17. (*a*) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = \frac{1-\cos 2x}{3+\cos 2x}$ යැයි ගනිමු.

(i) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $0 \leq f(x) \leq 1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x) = 0$ හා $f(x) = 1$ සමීකරණ විසඳා $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) පහත වගුව මගින් 0 සහ 1 අතර x හි අගයයන් සඳහා $f(x) = e^{-x^2}$ හි අගයන් දශම ස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව දෙයි:

x	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00
$f(x) = e^{-x^2}$	1.00	0.94	0.78	0.57	0.37

සිම්සන් නීතිය යෙදීමෙන් $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ හි ආසන්න අගයක් සොයන්න.

$\int_0^1 \left(15 - e^{3-x^2}\right)dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් 0.54 බව දී ඇත. e^3 සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

* * *

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

- ✳ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. **A කොටස** (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
- ✳ **A කොටස :** **සියලුම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- ✳ **B කොටස :** ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ✳ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ✳ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

- ✳ සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.
- ✳ g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. $\mathbf{F} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \alpha\mathbf{k}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ. $\mathbf{r} = a\mathbf{i} + \mathbf{j} + \lambda(\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \alpha\mathbf{k})$ රේඛාව දිගේ ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}$ බලයෙන් හා $\mathbf{r} = \mathbf{i} + b\mathbf{j} + \mathbf{k} + \mu(\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \alpha\mathbf{k})$ රේඛාව දිගේ ක්‍රියාකරන $-\mathbf{F}$ බලයෙන් යුග්මයක් සමන්විත වේ; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණ දෛශිකය $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ වේ නම්, α, a හා b හි අගයන් සොයන්න.

2. අචල O මූලයකට සාපේක්ෂව A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, හා $2\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$ වේ. $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ සොයා **ඒ නයින්**, A, B හා C අන්තර්ගත තලයට ලම්බ ඒකක දෛශිකයක් සොයන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

0191

3. අරය a, උස h හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් ඝනත්වය 2ρ වූ සමජාතීය ද්‍රවයක, එහි අක්ෂය සිරස්ව ඇතිව කොටසක් ගිලී පාවේ. සිලින්ඩරයේ ගිලී ඇති උස a බව දී ඇත. $h = 2a$ බව පෙන්වන්න. සිලින්ඩරයේ ගිලී ඇති උස $\frac{3a}{2}$ක් වීම සඳහා සිලින්ඩරයේ ඉහළ දාරයේ කේන්ද්‍රයේදී සිරස්ව යෙදිය යුතු බලය ද සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. කාලය t හිදී P අංශුවක ප්‍රවේග දෛශිකය $\mathbf{v}(t) = (\sin t + \cos t)\mathbf{i} + (t + t^2)\mathbf{j} + e^t\mathbf{k}$ මගින් දෙනු ලබයි. තවද $t = 0$ හිදී, P හි පිහිටුම් දෛශිකය P හි ත්වරණ දෛශිකයට සමාන බව දී ඇත. කාලය t හිදී P හි පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

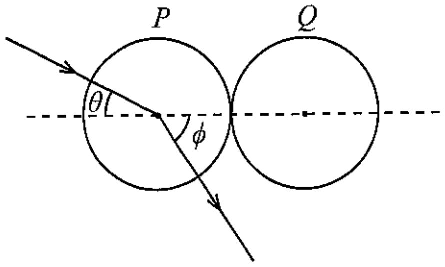
....

....

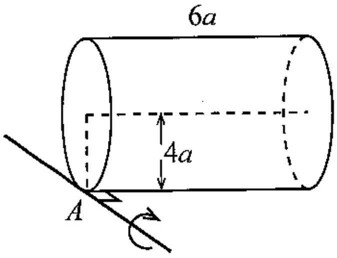
....

....

5. ස්කන්ධය m වූ P සුමට ගෝලයක් u වේගයක් ඇතිව චලනය වෙමින් නිශ්චලතාවයේ ඇති සර්වසම Q ගෝලයක් සමග ගැටේ. ගැටුමෙන් මොහොතකට පෙර P හි ප්‍රවේගය, කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව සමග θ කෝණයක් සාදයි. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P හි ප්‍රවේගය කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව සමග ϕ කෝණයක් සාදයි (රූපය බලන්න). ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e(e<1)$ වේ. $\tan\phi = \dfrac{2\tan\theta}{1-e}$ බව පෙන්වන්න.



6. ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර, සිලින්ඩරයක අරය $4a$ හා උස $6a$ වේ. සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බව, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හරහා වූ අක්ෂය වටා සිලින්ඩරයේ අවස්ථිති ඝූර්ණය $7Ma^2$ බව දී ඇත. සිලින්ඩරයේ එක් අන්තයක පරිධියේ වූ A ලක්ෂ්‍යයක් තුළින් වූ අචල සුමට තිරස් අක්ෂයක් වටා සිලින්ඩරයට භ්‍රමණය විය හැකි ය. භ්‍රමණ අක්ෂය මෙම පරිධියට ස්පර්ශකයක් වේ. A ලක්ෂ්‍යයට $4a$ උසකින්, සිලින්ඩරයේ අක්ෂය තිරස්ව ඇතිව සිලින්ඩරය නිශ්චලතාවයේ තබා ඇත (රූපය බලන්න). සිලින්ඩරය මුදා හරිනු ලබන්නේ නම්, සිලින්ඩරයේ අක්ෂය සිරස් වන මොහොතේදී කෝණික වේගය $\sqrt{\dfrac{7g}{16a}}$ බව පෙන්වන්න.



[පස්වැනි පිටුව බලන්න.

7. සිසුවෙක් බහුවරණ ප්‍රශ්න පත්‍රයකට පිළිතුරු සසම්භාවී ලෙස අනුමාන කරනු ලැබේ. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා වරණ පහක් ඇති අතර, මේවායින් එක් වරණයක් පමණක් නිවැරදි වේ. සිසුවා, එක් ප්‍රශ්නයකට තෝරාගනු ලබන පිළිතුර ඔහු වෙනත් ඕනෑම ප්‍රශ්නයකට තෝරාගනු ලබන පිළිතුරෙන් ස්වායත්ත වේ.

(i) මුල් ප්‍රශ්න තුනට සපයන පිළිතුරු සියල්ල නිවැරදි ඒවා වීමේ,

(ii) මුල් ප්‍රශ්න තුනට සපයන පිළිතුරු අතුරෙන් වැඩි තරමින් දෙකක් නිවැරදි ඒවා වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

8. එක්තරා යන්ත්‍රයක ආයු කාලය සාතීය ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි. භාවිතයේ පවතින මුල් වසර තුළදී යන්ත්‍රය ක්‍රියාවිරහිත නොවීමේ සම්භාවිතාව 0.7 ක් වේ. යන්ත්‍රය ක්‍රියාවිරහිත නොවී වසර දෙකක් ඉක්මවා ක්‍රියා කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

යන්ත්‍රය, මුල් වසර තුළ ක්‍රියාවිරහිත නොවූයේ යැයි දී ඇති විට, එය ක්‍රියාවිරහිත නොවී තවත් වසරක් ක්‍රියාත්මකව පැවතීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක් වන X හි සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය වන $F(x)$, යන්න

$$F(x)=\begin{cases} kx(x+1) & , \quad 0\leq x\leq 3 \text{ නම්,} \\ 1 & , \quad x>3 \text{ නම්,} \\ 0 & , \quad \text{නොඑසේ නම්.} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලැබේ. k හි අගය, X හි මධ්‍යස්ථය හා X හි මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. X යන විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය පහත දැක්වේ:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.1	0.2	k	0.2	0.1

k හි අගය, X හි මධ්‍යන්‍යය හා X හි විචලතාව සොයන්න.

$Y=aX-1$, මගින් අර්ථදක්වා ඇති Y යන සසම්භාවී විචල්‍යයෙහි මධ්‍යන්‍යය 0 වේ නම්, a හි අගය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $\mathbf{F}$ බලයක් O මූලය වටා $2\mathbf{i}-2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ ඝූර්ණයක් ඇති කරයි. $\mathbf{F}$ හි ක්‍රියා රේඛාව, x-අක්ෂයට ලම්බ තලයක පිහිටන අතර, $A\equiv(1,\ 1,\ 0)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යයි.

(i) $\mathbf{F}$ නිර්ණය කරන්න.

(ii) $B\equiv(p,\ 0,\ q)$ ලක්ෂ්‍යය වටා $\mathbf{F}$ හි ඝූර්ණය ශූන්‍ය බව දී ඇත. p හා q හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) O අචල මූලයකට සාපේක්ෂව, දෘඪ වස්තුවක වූ A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $b\mathbf{i}$ හා $3\mathbf{i}+4\mathbf{j}+12\mathbf{k}$ වේ. වස්තුව මත ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}$ බලයක් O හරහා යන අතර එහි ක්‍රියා රේඛාව AB ට සමාන්තර වේ. තවද වස්තුව මත ක්‍රියාකරන $b\mathbf{i}-8\mathbf{j}+8\mathbf{k}$ හා $p\mathbf{k}$ බල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $b\mathbf{i}$ හා $3\mathbf{i}+4\mathbf{j}$ වූ ලක්ෂ්‍ය හරහා යයි. පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වන බව දී ඇති විට $\mathbf{F}$ හා p සොයන්න.

යුග්මය, $a\mathbf{i}+b\mathbf{j}+c\mathbf{k}$ ආකාරයෙන් සොයන්න.

12. $AB=a$ හා $BC=b$ වූ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක හැඩය ඇති ආස්තරයක් එහි පෘෂ්ඨය සිරස්ව ද AB දාරය ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨය මත ද ඇතිව සමජාතීය ද්‍රවයක ගිල්වා තිබේ. ආස්තරයේ පීඩන කේන්ද්‍රය ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට $\dfrac{2b}{3}$ ගැඹුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

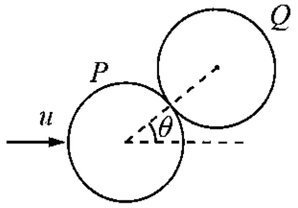
ඝනකාකාර ටැංකියක, එහි සිරස් පැතිවලින් එකක, PQ තිරස් ඉහළ දාරය දිගේ සුමටව අසව් කළ පැත්තක දිග c වූ සමචතුරස්‍රයක හැඩය ඇති $PQRS$ පියනක් ඇත. ඝනත්වය ρ වූ සමජාතීය ද්‍රවයකින් PQ මට්ටමට ටැංකිය පුරවා ඇත. පියන වැසී තිබීම සඳහා RS හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ දී $PQRS$ හි තලයට ලම්බව යෙදිය යුතු අවම බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.

13. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සිරස්ව උඩු අතට u ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබයි. ඒකක ස්කන්ධයකට වායු ප්‍රතිරෝධය gv^2 බව උපකල්පනය කරන්න; මෙහි v යනු P හි ප්‍රවේගය වේ. P හි චලිත සමීකරණය ලබාගෙන $\dfrac{1}{2g}\ln(1+u^2)$ උසකදී P නිශ්චලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න.

අංශුව ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන ප්‍රවේගය ω යන්න $\omega=\dfrac{u}{\sqrt{u^2+1}}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

[අවවැනි පිටුව බලන්න.

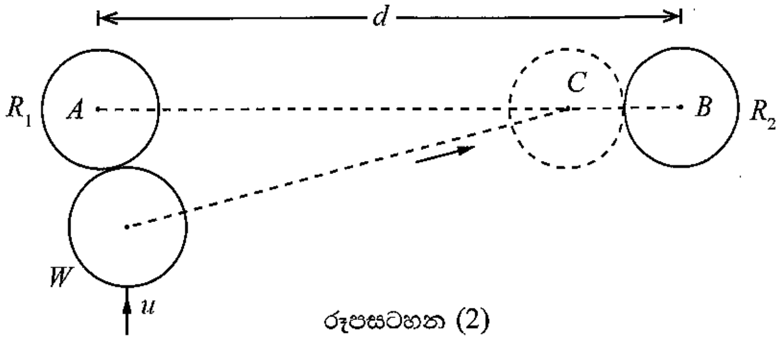
14. (*a*)



රූපසටහන (1)

P සුමට ගෝලයක් u වේගයක් ඇතිව චලනය වෙමින් නිශ්චලව ඇති සර්වසම Q ගෝලයක් සමග කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථව ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර P හි ප්‍රවේගය, කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව සමග θ කෝණයක් සාදයි (රූපසටහන (1) බලන්න). ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි වේග සොයා, ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි චලිතවල දිශාවන් ලම්බ බව පෙන්වන්න.

(*b*)



රූපසටහන (2)

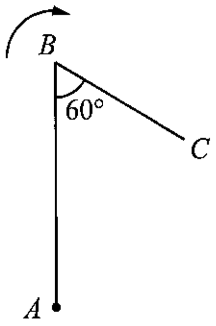
බිලියඩ් ක්‍රීඩාවක, සියලුම බිලියඩ් බෝල සර්වසම හා අරය r වේ. සියලුම බෝල සුමට යැයි හා ගැටුම් කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථ යැයි උපකල්පනය කරන්න.

R_1 හා R_2 රතු බෝල දෙකක් ඒවායේ කේන්ද්‍ර පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍යයන්හි ඇතිව ආරම්භයේදී නිශ්චලතාවයේ ඇත; මෙහි $AB = d(>3r)$ වේ. W සුදු බෝලයක් AB ට ලම්බ වූ දිශාවකින් R_1 දෙසට u වේගයක් ඇතිව චලනය වේ. R_1 සමග ගැටුමෙන් පසු, W එහි දිශාව වෙනස් කර ඉන්පසු R_2 සමග ගැටේ. R_2 සමග ගැටෙන මොහොතේදී W හි කේන්ද්‍රය AB මත වූ C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි. (රූපසටහන (2) බලන්න).
(*a*) කොටසෙහි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

(i) දෙවන ගැටුමෙන් පසු R_2 හා W චලනය වන දිශාවන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) දෙවන ගැටුමෙන් පසු R_2 හා W හි වේගයන් සොයන්න.

15. $A\hat{B}C = 60°$ වන පරිදි B හිදී දෘඪ ලෙස එකට සන්ධි කළ පිළිවෙළින් $4a$ හා $2a$ දිග ඇති ඒකාකාර AB හා BC දඬු දෙකකින් රාමුවක් සමන්විත වේ (රූපය බලන්න). දඬු දෙකෙහිම ඒකක දිගක ස්කන්ධය m වේ. රාමුවේ තලයට ලම්බ A තුළින් වූ අක්ෂයක් වටා රාමුවේ අවස්ථිති ඝූර්ණය $48ma^3$ බව පෙන්වන්න.



රාමුවේ තලයට ලම්බ, A තුළින් වූ අචල තිරස් අක්ෂයක් වටා රාමුවට නිදහසේ භ්‍රමණය විය හැකි ය. ආරම්භයේදී, B යන්න A ට ඉහළින් AB සිරස්ව ඇති අතර, රාමුවට $\sqrt{\dfrac{3g}{8a}}$ ක කෝණික වේගයක් දෙනු ලැබේ. රාමුව චලනය වන අත AB ප්‍රථමවරට තිරස් වන විට C යන්න AB ට පහළින් වන පරිදි වේ. AB තිරස් වන මොහොතේදී රාමුවේ කෝණික වේගය $\sqrt{\dfrac{(24+\sqrt{3})g}{24a}}$ බව පෙන්වන්න.

16. පරිගණක ක්‍රීඩාවක් 1 මට්ටම හා 2 මට්ටම යන මට්ටම් දෙකකින් සමන්විත වේ. ක්‍රීඩකයෙක් 1 මට්ටමෙන් පටන්ගෙන, 1 මට්ටමෙහි ප්‍රතිඵලය කුමක් වුවත්, 2 මට්ටමට යයි. 1 මට්ටමේදී දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.6 කි. 1 මට්ටමේදී දිනුමක් හෝ 1 මට්ටමේදී පරාජය වීමක් අනුව 2 මට්ටමේදී දිනන සම්භාවිතාව පිළිවෙළින් 0.4 හෝ 0.2 වේ.

(i) ක්‍රීඩකයෙකු,

(a) මට්ටම් දෙකම දිනීමේ,

(b) මට්ටම් දෙකෙන් එකක් පමණක් දිනීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ක්‍රීඩා වාරයකදී, ක්‍රීඩකයෙකු 2 මට්ටමේදී දිනා ඇති බව දී ඇති විට ඔහු එම ක්‍රීඩාවාරයේදී 1 මට්ටමේදීත් දිනා තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) ක්‍රීඩකයෙකු, එක් ක්‍රීඩා වාරයකදී මට්ටම් දෙකම දිනන තෙක්, නැවත නැවත මෙම පරිගණක ක්‍රීඩාව කරනු ලැබේ. වෙනස් ක්‍රීඩා වාරයන්හි ප්‍රතිඵල ස්වායත්ත යැයි සිතමු. මට්ටම් දෙකම දිනීම සඳහා ක්‍රීඩකයෙකු ක්‍රීඩා කළ යුතු අපේක්ෂිත ක්‍රීඩා වාර ගණන සොයන්න.

17. (a) X යන සසම්භාවී විචල්‍යයක්, සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය

$x = 0, 1, 2, \ldots$ සඳහා $P(X=x) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$ සහිත පුවාසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි; මෙහි $\lambda (> 0)$ පරාමිතියකි.

$E(X) = \lambda$ හා $E(X^2) = \lambda^2 + \lambda$ බව පෙන්වන්න.

අකුරු හඳුනාගන්නා පද්ධතියක් මගින්, පිටුවක දෝෂ සහිතව හඳුනාගන්නා අකුරු ගණන, මධ්‍යන්‍යය 0.5 ක් වන පුවාසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි. පිටුවක දෝෂ සහිතව හඳුනාගන්නා අකුරු ගණනෙහි විචලතාව සොයන්න. මෙම පද්ධතිය, එක්තරා පිටුවක වැඩි තරමින් දෝෂ සහිත අකුරු දෙකක් හඳුනාගත් බව දී ඇති විට, එම පිටුවෙහි දෝෂ සහිතව හඳුනාගනු ලැබූ අකුරු නොමැති වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා නිෂ්පාදනයකදී, එක් නිෂ්පාදිතයක ඇති තඹ ප්‍රමාණය මධ්‍යන්‍යය ග්‍රෑම් 59.9 ක් හා සම්මත අපගමනය ග්‍රෑම් 2.5 ක් වූ ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි. මෙම නිෂ්පාදනයෙන්, සසම්භාවී ලෙස තෝරාගන්නා ලද නිෂ්පාදිතයක තඹ ප්‍රමාණය ග්‍රෑම් 61 ක් ඉක්මවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

තඹ ප්‍රමාණය ග්‍රෑම් 61 ට අඩුවෙන් පවතින නිෂ්පාදිත අතුරෙන් කවර ප්‍රතිශතයක ග්‍රෑම් 60 ක් ඉක්මවන තඹ ප්‍රමාණයක් අඩංගු වේදැයි සොයන්න.

* * *