සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் **1 - 10**), **பகுதி B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ **பகுதி A:**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B:**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர்:	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்		

02020000188110174

பகுதி A

1. காரணிப்படுத்துக: $a^3 + 8b^3 + 27c^3 - 18abc$.

2. $a^3 + b^3$ ஆனது 2 இனால் வகுக்கப்படுமெனின், aRb ஆக எல்லா நிறையெண்கள் $\mathbb{Z}$ இனதும் தொடை மீது ஒரு தொடர்பு R வரையறுக்கப்படுகின்றதெனக் கொள்வோம். R ஆனது $\mathbb{Z}$ மீது ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பெனக் காட்டி, 0 இன் சமவன்மை வகுப்பை எழுதுக.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

3. $x \neq 1$ இற்கு $f(x) = \dfrac{1+x}{x-1}$ எனக் கொள்வோம். f ஒன்றுக்கொன்றானது எனக் காட்டி, f இன் வீச்சைக் காண்க. மேலும், $f^{-1}\left(1 + f^{-1}(x)\right)$ ஐக் காண்க.

4. $a, b, c \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம்.

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ a+1 & b+1 & c+1 \\ a^4 & b^4 & c^4 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)\left[(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2\right]$$ எனக் காட்டுக.

000174

0102000018810174

5. பரவளைவு $y^2 = 16x$ இற்குப் புள்ளி $A \equiv (4, 8)$ இல் வரையப்பட்ட தொடலிக் கோடும் செவ்வன் கோடும் y-அச்சை முறையே B, C ஆகியவற்றிற் சந்திக்கின்றன. முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைக் காண்க.

6. $a, b \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். மேலும், $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ இனால் தரப்படும் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{x} & ;\ x \in (0, \infty) \text{ எனின்,} \\ \dfrac{a(x^2+2x+1)}{|x+1|} & ;\ x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 0] \text{ எனின்,} \\ b & ;\ x = -1 \text{ எனின்,} \end{cases}$$

எனக் கொள்வோம். f ஆனது $\mathbb{R}$ மீது தொடர்ச்சியானதெனின், a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. சார்பு $f(x)=\begin{cases}\ln x + a & ; \ 0 < x < b \text{ எனின்,}\\ 2\tan^{-1}(x) & ; \ x \geq b \text{ எனின்,}\end{cases}$ $(0, \infty)$ மீது எல்லா இடங்களிலும் வகையிடத்தக்கதாக a, b ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க.

8. வகையீட்டுச் சமன்பாடு $(1+x^3)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + x^2 y = 4x^2$ ஐத் தீர்க்க.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. f என்பது, f''ஆனது $[0, 1]$ மீது தொடர்ச்சியானதாக இருக்கத்தக்கதாக மெய்ப் பெறுமானமுள்ள ஒரு சார்பெனக் கொள்வோம்.

$\int_0^1 \left(xf''(x) + (1+x)f'(x) + f(x)\right)dx = f'(1) + f(1)$ எனக் காட்டுக.

10. முனைவுச் சமன்பாடுகள் $r = 2(\cos\theta + \sin\theta)$, $r(\cos\theta + \sin\theta) = 1$ ஆகவுள்ள வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.

இவ்வளையிகளின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் முனைவாள்கூறுகளைக் காண்க.

* *

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) A, B, C, D ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். தொடை அட்சரகணிதத்தில் நீங்கள் பயன்படுத்தும் விதிகளைத் தெளிவாக எடுத்துரைத்து,

(i) $(A'\cap C)\cup(B'\cap C)\cup(C\cap D) = \big((A\cap B)'\cup D\big)\cap C,$

(ii) $(A\cap B\cap C\cap D')\cup(A'\cap C)\cup(B'\cap C)\cup(C\cap D) = C$

எனக் காட்டுக.

(*b*) ஒரு நகரில் 1000 பெண்களிடம் அவர்களுடைய பொழுதுபோக்குகள் பற்றி ஒரு கணிப்பீடு நடத்தப்பட்டது. இதன் பேற்றிலிருந்து, 48% ஆனோர் வீட்டுத் தோட்டச் செய்கையை விரும்பும் அதே வேளை 32% ஆனோர் வீட்டுத் தோட்டச் செய்கையை மாத்திரம் விரும்புவதாக அறியப்பட்டது. 42% ஆனோர் நாவல்களை வாசிப்பதை விரும்பும் அதே வேளை 28% ஆனோர் நாவல்களை மாத்திரம் வாசிப்பதை விரும்புகின்றனர். 32% ஆனோர் ஓவியத்தை விரும்பும் அதே வேளை 17% ஆனோர் ஓவியத்தை மாத்திரம் விரும்புகின்றனர். 200 பெண்களுக்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட இப்பொழுதுபோக்குகள் உள்ளனவென அவதானிக்கப்பட்டது.

(i) எல்லா மூன்று பொழுதுபோக்குகளையும் விரும்பும் பெண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) இம்மூன்று பொழுதுபோக்குகளில் எந்தப் பொழுதுபோக்கையும் விரும்பாத பெண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. (*a*) a, b, c ஆகியன நேர் மெய்யெண்களெனக் கொள்வோம்.

(i) $\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ எனவும்

(ii) $\dfrac{bc}{a}+\dfrac{ca}{b}+\dfrac{4ab}{c}\geq 2a+2b+c$ எனவும்

(iii) $a+b+c=x$ எனின், $8abc\leq(x-a)(x-b)(x-c)\leq\dfrac{8x^3}{27}$ எனவும்,

காட்டுக.

(*b*) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}2 & 10\\ 3 & 9\end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$|\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}|=0$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக λ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க; இங்கு $\mathbf{I}$ ஆனது 2×2 சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, $\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}=\mathbf{A}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ இனால் வரையறுக்கப்படும் உருமாற்றத்தின் கீழ் அது தன் மீதே படமாக்கப்படும் உற்பத்தியினூடாகச் செல்லும் கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. ஒரு நேர் நிறைவெண் சுட்டிக்குத் **த மோய்வரின் தேற்றத்தைக்** குறிப்பிட்டு, நிறுவுக.

$\omega = \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{9}\right)$ எனக் கொள்வோம். $\omega^9 = 1$ எனக் காட்டுக.

$z^9 = 1$ இன் ஒன்பது வேறுவேறான மூலங்களையும் எழுதுக.

$\sum_{k=1}^{8} \omega^k = -1$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\sum_{k=1}^{8} \cos\left(\frac{2k\pi}{9}\right) = -1$ எனக் காட்டுக.

$\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{9}\right) = 0$ என **உய்த்தறிக.**

14. (*a*) C_1, C_2 ஆகியன முறையே $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, $y = \sqrt{x^2+1}$ ஆகியவற்றினால் தரப்படும் இரு வளையிகளெனக் கொள்வோம். C_1, C_2 ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்திற் பரும்படியாக வரைக.

C_1, C_2 ஆகிய இரு வளையிகளினாலும் $x = 0$, $x = 1$ ஆகிய கோடுகளினாலும் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் S எனக் கொள்வோம். இப்பிரதேசம் S ஐ y-அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றுவதன் மூலம் பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

(*b*) வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+2}{x-y+6}$ ஐத் தீர்க்க.

15. (*a*) $a > 0$ எனக் கொள்வோம். $x > 0$ இற்கும் $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ இற்கும் $I_n = \int_0^x \frac{1}{\left(t^2+a^2\right)^n} dt$ எனவும் கொள்வோம்.

$2na^2 I_{n+1} = (2n-1)I_n + \frac{x}{\left(x^2+a^2\right)^n}$ எனக் காட்டுக.

$x > 0$ இற்கும் $m, n = 0, 1, 2, \dots$ இற்கும் $J_{n,m} = \int_0^x \frac{t^m}{\left(t^2+a^2\right)^n} dt$ எனக் கொள்வோம்.

$J_{n,m+2} + a^2 J_{n,m} = J_{n-1,m}$ எனக் காட்டுக.

$\int_0^a \frac{t^2}{\left(t^2+a^2\right)^2} dt = \frac{\pi - 2}{8a}$ என **உய்த்தறிக.**

(*b*) $\sin x$ இற்கு மக்குளோரின் தொடரைக் காண்க.

$\sin(\sin x)$ இன் மக்குளோரின் தொடரை x இன் ஏறுவலுக்களில் x^3 இலான உறுப்பு (உட்பட) வரைக்கும் **உய்த்தறிக.** இதனைப் பயன்படுத்தி,

(i) $x = 0.3$ இல் $x \sin(\sin x) + 2$,

(ii) $\int_0^1 \left(x + 2\sin(\sin x^2)\right) dx$

ஆகியவற்றுக்கு அண்ணளவுப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

16. வட்டம் $x^2 + y^2 = a^2$ இன் ஒரு நாணின் நடுப்புள்ளி (h, k) எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a > 0$. நாணின் சமன்பாடு $hx + ky = h^2 + k^2$ இனால் தரப்படுகின்றதென நிறுவுக.

அதிபரவளைவு $9x^2 - 16y^2 = 144$ இற்குத் தொடலிகளாக இருக்கும் வட்டம் $x^2 + y^2 = 16$ இன் நாண்களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கின் சமன்பாடு $(x^2 + y^2)^2 = 16x^2 - 9y^2$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

17. (*a*) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = \dfrac{2 - \cos 2x}{3 - \sin 2x - \cos 2x}$ எனஷக் கொள்வோம்.

(i) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $\dfrac{3}{7} \leq f(x) \leq 1$ எனக் காட்டுக.

(ii) $f(x) = 1,\ f(x) = \dfrac{3}{7}$ என்னும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து $0 \leq x \leq \dfrac{3\pi}{2}$ இற்குத் $y = f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(*b*) பின்வரும் அட்டவணை x இன் தரப்பட்ட பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x) = \ln(1 + x^2 + x^3)$ இன் பெறுமானங்களை இரு தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தருகின்றது.

x	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00
$f(x)$	0.00	0.08	0.32	0.69	1.10

சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி, $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\int_0^1 \ln\left[(1 + x^2 + x^3)e^{x^3}\right]\mathrm{d}x$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

* * *

AL/2025/11/T-II

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண் | | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி** A (வினாக்கள் **1 - 10**), **பகுதி** B (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ **பகுதி A:**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B:**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

※ புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.
※ g புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

02020000188110174

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

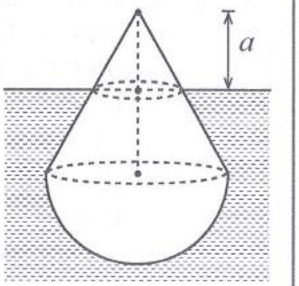
பகுதி A

1. l_1 ஆனது $\mathbf{r} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \lambda(\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k})$ இனால் தரப்படும் கோடெனக் கொள்வோம்; இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$. மேலும் l_2 ஆனது புள்ளி $P(5, 0, \alpha)$ இனூடாகச் செல்லும் கோடு l_1 இற்குச் சமாந்தரமான கோடெனவும் கொள்வோம். காவித் திருப்பம் $-3\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ ஐ உடைய ஓர் இணை கோடு l_1 வழியே தாக்கும் ஒரு விசை $\mathbf{F}$ ஐயும் கோடு l_2 வழியே தாக்கும் ஒரு விசை $-\mathbf{F}$ ஐயும் கொண்டுள்ளது. விசை $\mathbf{F}$ இன் பெறுமானத்தையும் α இன் பெறுமானத்தையும் காண்க.

2. இணைகரம் $OACB$ இன் பக்கங்கள் $\overrightarrow{OA} = a\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ இனாலும் $\overrightarrow{OB} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ இனாலும் துணியப்படும்; இங்கு $a > 0$. இணைகரத்தின் பரப்பளவு $\sqrt{35}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

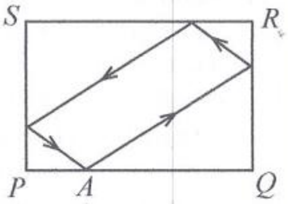
3. ஆரை $2a$ ஐயும் அடர்த்தி ρ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தை அடி ஆரை $2a$ ஐயும் உயரம் $2a$ ஐயும் அடர்த்தி 2ρ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான திண்மச் செவ்வட்டக் கூம்பில், இரு தள முகங்களும் பொருந்துமாறு, விறைப்பாக நிலைப்படுத்துவதன் மூலம் ஒரு சேர்த்திப் பொருள் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. சேர்த்திப் பொருள் அடர்த்தி σ ஐ உடைய ஒரு திரவத்தில், அதன் சமச்சீரச்சு நிலைக்குத்தாகவும் அரைக்கோளத்தையும் கூம்பின் உயரம் a ஐ உடைய அடித்துண்டையும் கொண்ட சேர்த்திப் பொருளின் பகுதி உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு திரவத்தில் முற்றாக அமிழ்ந்தும் இருக்குமாறு, நாப்பத்தில் மிதக்கின்றது. $\dfrac{\rho}{\sigma} = \dfrac{23}{32}$ எனக் காட்டுக.



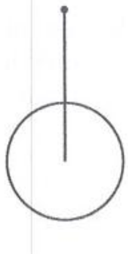
4. ஒரு துணிக்கை P இன் நேரம் t இலான தானக் காவி $\mathbf{r}(t) = \sin(2t)\mathbf{i} + \big(\cos(2t) + 1\big)\mathbf{j} + 2\sin(t)\mathbf{k}$ இனால் தரப்படுகின்றது. வேகக் காவியையும் அது தானக் காவியுடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் காண்க. மேலும், தானக் காவிக்கும் ஆர்முடுகற் காவிக்குமிடையே உள்ள கோணம் எப்போதும் விரிகோணமாகும் எனக் காட்டுக.

000174
0102000188110174

5. ஓர் ஒப்பமான செவ்வகக் கிடை வீட்டுத் தளம் PQ, QR, RS, SP என்னும் ஒப்பமான சுவர்களினால் சூழப்பட்டுள்ளது; இங்கு $PQ = a$ உம் $QR = b$ உம் ஆகும். (உருவைப் பார்க்க.) PQ மீது உள்ள ஒரு புள்ளி A இலிருந்து ஒரு துணிக்கை தொடக்க வேகம் $u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ உடன் எறியப்படுகின்றது; இங்கு $\mathbf{i}$ ஆனது திசை PQ இல் உள்ள அலகுக் காவியும் $\mathbf{j}$ ஆனது திசை PS இல் உள்ள அலகுக் காவியும் ஆகும். துணிக்கை QR, RS, PS ஆகிய சுவர்களிலிருந்து முறையே பின்னதைத்த பின்னர் தொடக்கப் புள்ளி A இற்கு மறுபடியும் வருகின்றது. துணிக்கைக்கும் சுவர்களுக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் e ஆகும். துணிக்கை A இலிருந்து தொடங்கி இயங்கி QR, RS, SP ஆகிய சுவர்களிற் பின்னதைத்த பின்னர் மறுபடியும் A இற்கு வருவதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\frac{b}{ev}(1+e)$ எனக் காட்டுக.



6. திணிவு $4m$ ஐயும் ஆரை l ஐயும் உடைய ஒரு சீரான தட்டுடன் நீளம் $2l$ ஐயும் திணிவு m ஐயும் உடைய ஒரு மெல்லிய சீரான கோலை, கோல் தட்டின் தளத்திலும் கோலின் ஒரு முனை தட்டின் மையத்திலும் இருக்குமாறு, விறைப்பாக இணைப்பதன் மூலம் ஓர் ஊசல் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. ஊசல் கோலின் மற்றைய முனையினூடாகத் தட்டுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள ஓர் ஒப்பமான கிடை அச்சைப் பற்றி ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திற் சுயாதீனமாகச் சுழலத்தக்கது. கோல் கிடையாக இருக்க ஊசல் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுமெனின், கோல் கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ ஆக்கும்போது கோண வேகம் $\dot{\theta}$ ஆனது $\dot{\theta}^2 = \frac{27g\cos\theta}{29l}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.



7. ஒரு கோடலுற்ற நாணயம் அதன் 'தலை' மேல்நோக்கியும் 'பெறுமானம்' மேல்நோக்கியும் இருக்கப் படுவதற்கான நிகழ்தகவு முறையே 0.4, 0.6 ஆகும். இந்நாணயம் மூன்று தடவை சாராமல் மேலே எறியப்படும்போது

(i) குறைந்தபட்சம் ஓர் எறிகையிலேனும் ஒரு 'தலை' மேல்நோக்கியிருக்கப் படுவதற்கான,

(ii) இரு அடுத்துள்ள எறிகைகளில் 'தலை' மேல்நோக்கியிருக்கப் படுவதற்கான,

நிகழ்தகவைக் காண்க.

8. ஒரு புத்தகத்தின் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள அச்சீட்டு வழுக்களின் எண்ணிக்கை X ஆனது நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பு

$$P(X=x) = \frac{e^{-2}2^{x}}{x!},\ x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

உடன் ஒரு புவசோன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது.

ஒரு பக்கத்தில் உள்ள அச்சிட்டு வழுக்களின் எதிர்பார்த்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

வெவ்வேறு பக்கங்களில் சாராமல் வழுக்கள் ஏற்படுகின்றன. முதலிரு பக்கங்களிலும் உள்ள வழுக்களின் கூட்டுத்தொகை சரியாக 2 எனத் தரப்படும்போது முதலாம் பக்கத்தில் வழுக்கள் இராமைக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஆனது

$$f(x)=\begin{cases} kx(1-x)^2 & ; \quad 0\le x\le 1 \\ 0 & ; \text{ வேறு விதமாக} \end{cases}$$

இனால் தரப்படுகின்றது.

k இன் பெறுமானத்தையும் X இன் திரள் பரம்பற் சார்பு $F(x)$ ஐயும் காண்க.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, $P(X>0.5)$ ஐக் காண்க.

....

10. X ஆனது 0, 1, 2 ஆகிய பெறுமானங்களை மாத்திரம் எடுக்கும் ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம்.

$P(X>0)=0.5$ எனவும் $P(X=1)=p$ எனவும் தரப்படும்போது $P(X=0)=0.5$ எனவும் $E(X)=1-p$ எனவும் காட்டுக; இங்கு $0<p<0.5$.

மேலும், $Y=1-X$ இனால் வரையறுக்கப்படும் எழுமாற்று மாறி Y இன் இடையைக் காண்க.

....

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $D(1, \alpha, \beta)$ என்னும் புள்ளிகள் ஓர் ஓராய நாற்பக்கல் $ABCD$ ஐ அமைக்கின்றன. $3\mathbf{i}-2\mathbf{j}-\mathbf{k}$, $-\mathbf{i}+\mathbf{j}-4\mathbf{k}$, $-\mathbf{i}+3\mathbf{j}-5\mathbf{k}$, $\mathbf{F}$ என்னும் விசைகள் முறையே A, B, C, D ஆகிய புள்ளிகளினூடாகத் தாக்குகின்றன. விசைத் தொகுதி காவித் திருப்பம் $11\mathbf{i}-5\mathbf{j}-\mathbf{k}$ ஆன ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனின் விசை $\mathbf{F}$ ஐயும் α, β ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களையும் காண்க.

இப்போது $(1, 1, 1)$, $(5, 0, 0)$ ஆகிய புள்ளிகளினூடாகத் தாக்கும் முறையே $10\mathbf{i}+16\mathbf{j}+5\mathbf{k}$, $2\mathbf{i}-\mathbf{j}$ என்னும் இரு விசைகள் மேற்குறித்த தொகுதிக்கு அறிமுகஞ் செய்யப்படுகின்றன.

தொகுதி நாப்பத்தில் இருப்பதற்குத் தொகுதிக்குச் சேர்க்க வேண்டிய, உற்பத்தியினூடாகத் தாக்கும் விசையைக் காண்க.

12. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் a ஆன சதுர வடிவமுள்ள ஓர் அடர் ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், அதன் மேற்பரப்பு நிலைக்குத்தாகவும் மேல் விளிம்பு கிடையாகவும் மையம் திரவத்தின் சுயாதீன மேற்பரப்பிற்குக் கீழே தூரம் h இலும் இருக்குமாறு, அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது. அடரின் அமுக்க மையம் அடரின் மையத்திற்குக் கீழே தூரம் $\frac{a^2}{12h}$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.

பக்கம் $2a$ நீளமுள்ள ஒரு சதுரமுகி வடிவத் தாங்கியில் அடர்த்தி ρ ஐ உடைய ஓர் ஏகவினத் திரவம் முற்றாக நிரப்பப்பட்டுள்ளது. இத்தாங்கியின் ஒரு நிலைக்குத்து முகத்தில் அதன் மேற் கிடை விளிம்பு வழியே ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்ட பக்கம் $2a$ ஆன ஒரு சதுர மூடி உள்ளது. மூடி கீழ் விளிம்பு வழியே உள்ள ஓர் ஒப்பமான பூட்டினால் மூடப்பட்டுள்ளது. இத்தாங்கி அடர்த்தி $\frac{\rho}{2}$ ஐ உடைய வேறோர் ஏகவினத் திரவத்தில், மூடியின் மையம் வெளித் திரவத்தின் சுயாதீன மேற்பரப்பிற்குக் கீழே ஆழம் $d(>a)$ இல் இருக்கத்தக்கதாக, நிலைக்குத்தாக அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது. இப்போது பூட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது. $d < \frac{7a}{3}$ எனின், மூடி திறக்கத் தொடங்குமெனக் காட்டுக.

13. ஒரு துணிக்கை ஓர் உயரம் H இல் ஓய்விலிருந்து விழவிடப்படுகின்றது. அதே வேளை தரையிலிருந்து வேறொரு துணிக்கை Q தொடக்க வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் புவியீர்ப்பின் கீழும் அலகுத் திணிவிற்கு kv ஆன வளித் தடையின் கீழும் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோடு வழியே இயங்குகின்றன; இங்கு k ஒரு மாறிலியும் v கதியும் ஆகும்.

(i) Q உம் P உம் சந்திக்காவிட்டால், Q அதன் உயர்ந்தபட்ச உயரத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரம்

$$T = \frac{1}{k}\ln\left(1+\frac{ku}{g}\right)$$ எனவும்

எந்நேரம் $t \le T$ இலும் இரு துணிக்கைகளும் சென்ற மொத்தத் தூரம் $\frac{u}{k}\ln\left(1-e^{-kt}\right)$ எனவும்

(ii) Q ஏறும்போது P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் சந்திக்கும் எனின், $H < \frac{u^2}{ku+g}$ எனவும் காட்டுக.

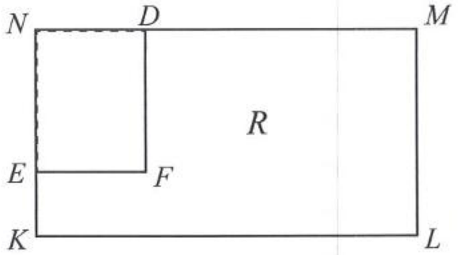
[பக். 8 ஐப் பார்க்க

14. திணிவு $2m$ ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான கோளம் A ஆனது ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது ஒரு நேர்கோடு வழியே முறையே கதி u உடன் செல்கின்றது. அது திணிவு m ஐயும் A இன் ஆரைக்குச் சமமான ஆரையை உடையதும் மேசை மீது ஓய்வில் உள்ளதுமான வேறோர் ஒப்பமான கோளம் B இல் பூரண மீள்தன்மையுடன் மோதுகின்றது. மொத்தலுக்குச் சற்று முன்னர் A இன் வேகம் கோளங்களின் மையமிணை கோட்டுடன் கோணம் $\phi\left(0<\phi<\frac{\pi}{2}\right)$ ஐ ஆக்குகின்றது. மோதுகைக்குச் சற்றுப் பின்னர் A, B ஆகியவற்றின் வேகங்களைக் காண்க.

மொத்தல் காரணமாக A இன் இயக்கத் திசை திரும்பும் கோணம் θ எனக் கொள்வோம். $\tan\theta=\dfrac{2}{3\tan\phi+\cot\phi}$ எனக் காட்டுக.

θ ஐ ஓர் உயர்ந்தபட்சமாக்கும் ϕ இன் பெறுமானத்தைக் துணிக.

15. ஒரு சீரான செவ்வக அடர் $KLMN$ ஆனது $KL = 12a$ ஆகவும் $KN = 8a$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக உள்ளது. MN மீது புள்ளி D ஆனது $ND = 4a$ ஆகவும் NK மீது புள்ளி E ஆனது $NE = 6a$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக உள்ளன. அடரின் அலகுப் பரப்பளவிற்கான திணிவு ρ ஆகும். செவ்வகம் $NDFE$ அகற்றப்பட்டு, எஞ்சியிருக்கும் அடர் R எனக் கொள்வோம். (வரிப்படத்தைப் பார்க்க.) அடர் R இன் திணிவு மையம் KL இலிருந்து தூரம் $\frac{11}{3}a$ இலும் KN இலிருந்து தூரம் $\frac{22}{3}a$ இலும் உள்ளனவெனக் காட்டுக.



அடருக்குச் செங்குத்தான K இனூடாக உள்ள ஓர் அச்சுப் பற்றி R இன் சடத்துவத் திருப்பம் $5856a^4\rho$ எனக் காட்டுக.

K இனூடாக உள்ள ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கிடை அச்சைப் பற்றி ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் அடர் R சுழலத்தக்கது. K இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே E இருக்க அடர் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. KL நிலைக்குத்தாக இருக்கும் கணத்தில் அடரின் கோணக் கதியை a, g ஆகியவற்றிற் காண்க.

16. ஓர் உணவகத்தில் சோறுக்காகக் கட்டளையிடும் வாடிக்கையாளர்களில் 60% ஆனோர் சாதாரண சோறுக்காகவும் 40% ஆனோர் மஞ்சட் சோறுக்காகவும் கட்டளையிடுகின்றனர். சாதாரண சோறுக்காகக் கட்டளையிடுபவர்களில் 60%, 30%, 10% ஆனோர் முறையே எலுமிச்சஞ் சாறு, தோடம்பழச் சாறு, மாம்பழச் சாறு ஆகியவற்றுக்காகக் கட்டளையிடுகின்றனர். மஞ்சட் சோற்றுக்காகக் கட்டளையிடுபவர்களில் 70%, 25%, 5% ஆனோர் முறையே எலுமிச்சஞ் சாறு, தோடம்பழச் சாறு, மாம்பழச் சாறு ஆகியவற்றுக்காகக் கட்டளையிடுகின்றனர். வாடிக்கையாளர்கள் சாராத விதத்தில் தெரிவுகளைச் செய்கின்றனர். ஒவ்வொரு வாடிக்கையாளரும் ஒரு வகைச் சோறுக்காகவும் ஒரு வகைச் சாறுக்காகவும் மாத்திரம் கட்டளையிடுகின்றனர்.

ஒரு வாடிக்கையாளர் எலுமிச்சஞ் சாறுக்காகக் கட்டளையிட்டுள்ளாரெனத் தரப்படும்போது அவர் மஞ்சட் சோறுக்காகக் கட்டளையிடுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

இப்போது இரு வாடிக்கையாளர்களைக் கருதுக.

(i) இருவரும் ஒரே வகைச் சாறுக்காகக் கட்டளையிடுவதற்கான

(ii) அவர்கள் வெவ்வேறு வகைச் சோறுகளுக்காகக் கட்டளையிடுவதற்கான

(iii) அவர்கள் ஒரே வகைச் சாறுக்காகவும் வெவ்வேறு வகைச் சோறுகளுக்காகவும் கட்டளையிடுவதற்கான

(iv) வாடிக்கையாளர்களில் குறைந்தபட்சம் ஒருவரேனும் மஞ்சட் சோறுக்காகவும் தோடம்பழச் சாறுக்காகவும் கட்டளையிடுவதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

17. (*a*) ஓர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0$ உடன் ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது; இங்கு $\lambda(>0)$ ஒரு பரமானமாகும். X இன் திரள் பரம்பற் சார்பு $F(x)$ ஆனது $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

வளிச்சீராக்கிகளின் ஒரு குறித்த வகையின் ஆயுட்காலம் ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது. இவ்வகை வளிச்சீராக்கிகளில் 19% ஆனவை தொழிற்பாட்டின் 2 ஆண்டுகளுக்கு முன்பாகத் தவறுகின்றனவென அறியப்பட்டுள்ளது.

(i) ஓர் ஆண்டுத் தொழிற்பாட்டுக்கு முன்பாகத் தவறும் வளிச்சீராக்கிகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

(ii) ஒரு வளிசீராக்கி தொழிற்பாட்டின் இரு ஆண்டுகளுக்கும் மூன்று ஆண்டுகளுக்குமிடையே தவறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) ஒரு வளிச்சீராக்கி தொழிற்பாட்டின் முதலாம் ஆண்டின்போது தவறவில்லையெனக் தரப்பட்டிருப்பின், அது தொழிற்பாட்டின் இரு ஆண்டுகளுக்கு முன்பாகத் தவறாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(*b*) ஓர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது இடை 10 அலகுகளுடனும் நியம விலகல் 2 அலகுகளுடனும் ஒரு செவ்வன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது. இப்பரம்பலிலிருந்து ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த பெறுமானம் 10 அலகுகளிலும் பெரியதெனத் தரப்படின், இப்பெறுமானம் 12.6 அலகுகளுக்கும் 13.0 அலகுகளுக்குமிடையே இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

* * *