අධ්‍යාපන උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන උසස් අධ්‍යාපන හා
සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved| கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education Ministry of Education
අධ්‍යාපන උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන උසස් අධ්‍යාපන හා

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

කල්වි, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு

Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

අ.පොෂ.ස (උ.පෙළ) උපකාරක තක්සේරුව - 2026

සංයුක්ත ගණිතය	I
இணைந்த கணிதம்	I
Combined Mathematics	I

10 S I

පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours	අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள் Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

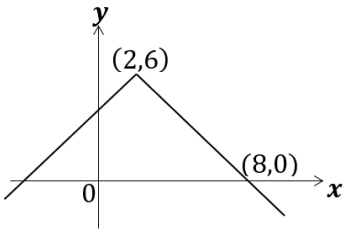
සංකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ: 1	
2	
අධීක්ෂණය කළේ:	

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. **ගණිත අභ්‍යූහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n > 1, n \epsilon \mathbb{Z}^+$ සඳහා 2^{2^n} මගින් දෙනු ලබන සංඛ්‍යාවේ අවසාන සංඛ්‍යාංකය 6 වන බව සාධනය කරන්න.

2. $y = a|x + b| + c$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් යාබද රූපයේ දී ඇත;මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. a, b සහ c හි අගයන් සොයන්න.
දී ඇති ප්‍රස්තාරය මත එකම බණ්ඩාංක අක්ෂ මත $y = |x + 4|$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහන අඳින්න.
ඒ නයින්, $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $|x + 4| + |x - 2| = 6$ සමීකරණය විසඳන්න.



විභාග අංකය

3. එක ම ආගන්ඩ් සටහනක,

(i) $|z-1|=1$ හා

(ii) $|\text{Arg}\,(z-1)|=\dfrac{\pi}{3}$

සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයන්හි දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින්, මෙම පථයන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න; මෙහි $r>0$ හා $-\pi<\theta\leq\pi$ වේ.

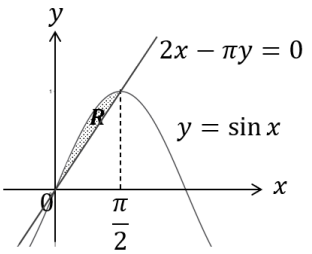
---

4. $n\in\mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. $(1+x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ අනුයාත පද තුනක සංගුණක සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම්, $n+2$ පූර්ණ වර්ගයක් බව පෙන්වන්න.

---

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{\cos(\pi x)}}{\sqrt{1+5x^2}-\sqrt{1+2x^2}} = \dfrac{\pi^2}{6}$ බව පෙන්වන්න.

6. $2x-\pi y=0$ හා $y=\sin x$ වක්‍ර මගින් ආවෘත රූපයේ R පෙදෙස $x-$ අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\dfrac{\pi^2}{12}$ බව පෙන්වන්න.



7. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $x = e^{sint}$ සහ $y = e^{-\cos t}$ මගින් C වක්‍රයක් පරාමිතිකව දෙනු ලැබේ.

$\frac{dy}{dx} = tan\, t\, .e^{-(\cos t + \sin t)}$ බව පෙන්වන්න. C වක්‍රයට $x = e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ස්පර්ෂකයේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

8. $P \equiv (\alpha, 3)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ. l_1 සරල රේඛාව $2x - y - 7 = 0$ සමීකරණය මගින් දී ඇත. l_1,ට ලම්බ l_2 සරල රේඛාවක් P ලක්ෂ්‍යය හරහා ගොස් x – අක්ෂය R ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය කරයි. PR රේඛා ඛණ්ඩයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $x + y = 5$ සරල රේඛාව මත පිහිටයි නම් α හි අගය සොයන්න.

9. $A \equiv (2,1)$ ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + 60 = 0$ වෘත්තයේ ස්පර්ෂ ජ්‍යාය $x - y = 10$ වන පරිදි g හා f හි අගයන් සොයන්න. තව ද A ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ෂක ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන් වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 9x + 3y - 10 = 0$ බව පෙන්වන්න.

10. $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq \frac{n\pi}{2}$ ලෙස ගනිමු.

$\frac{\sec^2\theta - \cos 2\theta + \tan^2\theta}{2\tan\theta + \sin 2\theta} = \sqrt{3}$ විසඳන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

අ.පො.ස (උ.පෙළ) උපකාරක තක්සේරුව - 2026

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

✱ ප්‍රශ්න පහකට **පමණක්** පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = px^2 + qx + r$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p > 0$ සහිතව $p, q, r \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) \geq \dfrac{4pr - q^2}{4p}$ බව පෙන්වන්න.

දැන් $f(x) = x^2 - 2x - a^2 + 1$ හා $g(x) = x^2 - 2(a+1)x + a(a-1)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{Q}^+$ වේ. $[f(x)]_{\text{අවම}}$ සහ $[g(x)]_{\text{අවම}}$ යනු පිළිවෙළින් $f(x)$ සහ $g(x)$ හි අවම අගයන් වේ.

a ඇසුරෙන් $[f(x)]_{\text{අවම}}$ අගය සොයන්න.

තවදුරටත් $[g(x)]_{\text{අවම}} - [f(x)]_{\text{අවම}} \geq 3$ වන පරිදි a ට ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

$f(x) = 0$ සහ $g(x) = 0$ සමීකරණවලට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න.

α සහ $\beta(>\alpha)$ යනු $f(x) = 0$ හි මූල යැයි ගනිමු. α සහ β පරිමේය බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මූල $g(x) = 0$ හි මූල අතර පිහිටයි නම් $0 < a < 1$ බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)$ යනු x හි බහුපද ශ්‍රිතයක් හා $f'(x)$ යනු $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්න යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $(x-a)^2$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $(x-a)f'(a) + f(a)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) = 3x^3 + \lambda x^2 + \mu x - 6$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ වේ. $g(x)$ යන්න $(x-1)^2$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $-12x - 8$ වේ. $\lambda = -4$ බව පෙන්වා μ හි අගය සොයන්න.

λ සහ μ හි මෙම අගයන් සඳහා $(x+1)$, $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $g(x)$ යන්න රේඛීය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

12. (a) පිරිමි ළමුන් තිදෙනෙක් සහ ගැහුණු ළමුන් තිදෙනෙකුගෙන් සමන්විත සිසුන් සය දෙනෙකු බැගින් පාසල් දෙකකින් වැඩමුළුවකට සහභාගී වේ.

(i) I. කිසිදු සීමා කිරීමක් නොමැති නම්,

II. කමිටුවෙ හි සිටින පිරිමි හා ගැහැණු සංඛ්‍යාව සමාන නම් හා එක් එක් පාසලෙන් කමිටුවෙහි සිටින සිසුන් සංඛ්‍යාව සමාන නම්,

ඉහත සිසු කණ්ඩායම අතරින් සය දෙනෙකුගෙන් සමන්විත වන කමිටුවක් ආකාර කීයකින් සැකසිය හැකිවේ ද?

(ii) වැනිලා රසැති කිරි බෝතල් පහක්, චොකලට් රසැති කිරි බෝතලයක් සහ ස්ට්‍රෝබෙරි රසැති කිරි බෝතලයක් එක් අයෙකුට **හරියට ම** එක් බෝතලයක් ලැබෙන සේ කමිටු සාමාජිකයින් අතර ආකාර කීයකින් බෙදා දිය හැකිවේ ද?

(b) $\frac{3^2-2.1}{1.3}\left(\frac{1}{3}\right)+\frac{5^2-2.2}{3.5}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{7^2-2.3}{5.7}\left(\frac{1}{3}\right)^3+\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ලියා දක්වන්න.

$r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $\frac{4r^2+2r+1}{(2r-1)(2r+1)}$ හි හින්න භාග සැලකීමෙන්,

$r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r=\left(\frac{1}{3}\right)^r+f(r)-f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

ඒ නයින්, $n\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}U_r=1-\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty}U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓකෘය සොයන්න.

13. (a) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2 & 5\\ -3 & 1\end{bmatrix}$ හා $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\frac{1}{17} & q\\ r & s\end{bmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $q,r,s\in\mathbb{R}$ වේ.

(i) q,r හා s ඇසුරෙන් $\mathbf{AB}$ සොයන්න.

(ii) $\mathbf{AB}=\begin{bmatrix}k & k-1\\ k-1 & k\end{bmatrix}$ වන පරිදි q,r,s හා k සොයන්න. තව ද $\mathbf{A}$ න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝමය $\mathbf{A^{-1}}$ සොයන්න.

(iii) පහත සමගාමී සමීකරණ යුගල න්‍යාස ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න. **ඒ නයින්,** සමීකරණ විසඳන්න.

$2x+5y=12$

$-3x+y=-1$

(b) $z_1,z_2\in\mathbb{C}$ යැයි ගනිමු. $z_1=\frac{1+i}{1-i}$ හා $z_2=\frac{\sqrt{2}}{1-i}$ යන්න $a+ib$ ආකාරයෙන් හා $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r>0$ හා $0<\theta<\frac{\pi}{2}$.

A,B යනු ආගන්ඩ් සටහනක් මත පිළිවෙළින් z_1,z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය වන්නේ යැයි ගනිමු. $\mathrm{Arg}(z_1+z_2)=\frac{3\pi}{8}$ බව පෙන්වන්න. $\tan\frac{3\pi}{8}=1+\sqrt{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(c) $\omega=\cos\frac{2\pi}{7}+i\sin\frac{2\pi}{7}$ යැයි ගනිමු. ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, ω^7 හි අගය සොයන්න.

ඒ නයින්, $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\omega^5+\omega^6=0$ බව පෙන්වන්න.

$\omega^2+\omega^5=2\cos\frac{4\pi}{7}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. $\omega+\omega^6$ හා $\omega^3+\omega^4$ සඳහාත් එවැනි ම ප්‍රකාශන ලබාගන්න. **ඒ නයින්,** $\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}=-\frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x^2 + ax + 3}{(x-2)^2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ **වේ.**

$f(x)$ හිව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ සඳහා $f'(x) = \dfrac{-(a+4)x - (2a+6)}{(x-2)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයට $x = 1$ හි දී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇති **බව දී ඇත. ඒ නයින්,** a හි අගය සොයන්න. තව ද $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$ හි ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \in \mathbb{R} - \{2\}$ සඳහා $f''(\mathrm{x}) = \dfrac{2(2x-1)}{3(x-2)^4}$ **බව දී ඇත. ඒ නයින්,** $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයට නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයක් පවතින බන පෙන්වන්න. තව ද නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක හැඩයට නමන ලද l දිගැති තුනී කම්බියක් සම්පූර්ණයෙන් ම යොදාගනිමින් කරාබුවක් සාදා ඇත. කරාබුව මගින් ආවරණය කළහැකි උපරිම ක්ෂේත්‍රඵලය, සමාන දිගැති කම්බියකින් සාදන ලද සමචතුරස්‍රයක ක්ෂේත්‍රඵලය ට සමාන වන බව පෙන්වන්න.

15. (a) $\sqrt{2x} = t$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{2x} + 4}\, dx$ අගයන්න; මෙහි $x > 0$.

(b) $I = \displaystyle\int_0^3 x \tan^{-1}\sqrt{x}\, dx$ ලෙස ගනිමු. කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $I = \dfrac{3\pi}{2} - \dfrac{1}{4}J$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $J = \displaystyle\int_0^3 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{1+x}\, dx$ වේ.

සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $J = \dfrac{2\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්,** I අගයන්න.

(c) k නියතයක් වන $\displaystyle\int_0^k f(x)\, dx = \int_0^k f(k-x)\, dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$\displaystyle\int_0^\pi x\, sec^{2n+1} x\, tan\, x\, dx = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi sec^{2n+1} x\, tan\, x\, dx$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $n \in \mathbb{N}$ වේ.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int_0^\pi x\, sec^{2n+1} x\, tan\, x\, dx$ අගයන්න.

16. $l_1 \equiv ax + by + c = 0$ හා $l_2 \equiv px + qy + r = 0$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවක සමීකරණය $l_1 + \lambda l_2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.

$l_1 \equiv 4x - 3y - 1 = 0$ හා $l_2 \equiv 3x - 4y + 2 = 0$ යැයි ගනිමු. $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය පරාමිතික ආකාරයෙන් ලියන්න.

ඒ නයින්, l_1 හා l_2 සරල රේඛා ඡේදන වන ලක්ෂ්‍යය හා $P \equiv \left(3, \frac{22}{7}\right)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $l = 0$ සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

l_1 හා l_2 සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න. **ඒ නයින්,** l_1 හා l_2 සරල රේඛා අතර සුළු කෝණයේ සමච්ඡේදකය $l = 0$ බව පෙන්වන්න.

l_1 හා l_2 සරල රේඛා දෙකම ස්පර්ෂ කරන හා කේන්ද්‍රය $(-2, \alpha)$, $\alpha \in \mathbb{Z}$ වන, S_1 වෘත්තයේ සමීකරණය $25x^2 + 25y^2 + 100x - 250y + 149 = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

කේන්ද්‍රය මූල ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටි වෙනත් S_2 වෘත්තයක් S_1 වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරයි. S_2 හි අරය $\frac{\sqrt{149}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) $\sin A, \cos A, \sin B$, හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A + B)$ ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, $\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \theta\right) = \cos\theta$ බව පෙන්වන්න. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$\sin(A + B)$ භාවිතයෙන් $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, සියලු $\theta \in \mathbb{R}$ සඳහා $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$ **අපෝහනය** කරන්න.

$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත පද වේ නම් $cos^3\theta = sin^2\theta$ බව පෙන්වන්න. $cos^9\theta + 3cos^8\theta + 3cos^7\theta + cos^6\theta - 1 = 0$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}C$ කෝණ සමච්ඡේදකය BC පාදය D හි දී හමු වේ. $BD : DC = \lambda + 1 : \lambda, \lambda > 0$ **බව දී ඇත.** $\frac{sin\,B}{sin\,C} = \frac{3}{4}$ නම් λ හි අගය සොයන්න.

ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල සැලකීමෙන් හෝ **අන් අයුරකින්,** $4ca\sin B + 3ab\sin C = 7bc\sin A$ බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්,** $C = \frac{\pi}{4}$ නම් $\sin B + \cos B = \frac{3}{7}\left(\frac{ab + ca}{bc}\right)$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(c) $xy = 1$ **බව දී ඇත.** $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$ සඳහා $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$ සොයන්න.

***

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

අ.පො.ස (උ.පෙළ) උපකාරක තක්සේරුව - 2026

සංයුක්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

10 S II

පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours	අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள் Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

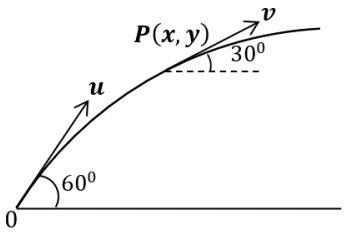
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

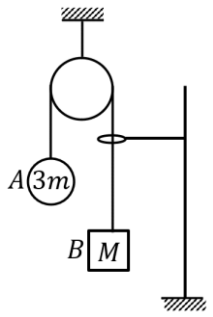
1. ස්කන්ධය m වූ A අංශුවක් හා ස්කන්ධය $2m$ වූ B අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙලින් u සහ $v(<u)$ ප්‍රවේගවලින් එකම අතට චලනය වී සරල ලෙස ගැටේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. එක් අංශුවකින් අනෙකට සම්ප්‍රේෂණය වන ගම්‍යතාව $\frac{2m}{3}(1+e)(u-v)$ බව පෙන්වන්න.

2. අංශුවක් තිරස් ගෙබිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට 60^0ක කෝණයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව OXY තලය මත වූ $P(x,y)$ නම් ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර යයි. අංශුවේ චලිත දිශාව P හි දී තිරසට 30^0ක ආනතියක් සාදයි නම් $\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ බව පෙන්වන්න.



විභාග අංකය								

3. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $3m$ හා M වූ A හා B අංශු දෙකක්, රූපයේ පරිදි අවල සුමට කප්පියක් මතින් හා සුමට මුදුවක් හරහා යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. කප්පිය සමග සම්බන්ධව නොමැති තන්තු කොටස් සිරස් වේ. B අංශුව $\frac{g}{5}$ ත්වරණයකින් ඉහළට ගමන් ගන්නා බව දී ඇත. $M = 2m$ බව පෙන්වන්න.



අනතුරුව චලිතයේ දී B අංශුව $\sqrt{\frac{2gl}{5}}$ වේගයකින් මුදුවේ ගැටී නිශ්චලතාවයට පත් වේ.

මුදුව මත ඇති කරන ආවේගී බලය සොයන්න.

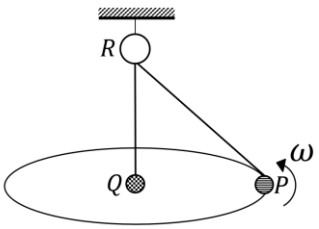
---

4. ස්කන්ධය M වූ කාරයක් $v^{\frac{2}{3}}$ N ට සමානුපාතික ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක ධාවනය වේ; මෙහි v යනු කාරයේ වේගය වේ. $\mathrm{R} = \mathrm{k}\, v^{\frac{2}{3}}$ මගින් ප්‍රතිරෝධී බලය ලබාදෙනු ලැබේ; මෙහි k යනු නියතයකි. තිරස් මාර්ගය දිගේ කාරයේ උපරිම වේගය $25\ m\ s^{-1}$ වන අතර එන්ජිමෙහි ජවය 25 kW වේ. $\mathrm{k} = 8$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, එන්ජිම අඩු ජවයකින් ක්‍රියාත්මක වෙමින් කාරය තිරසට $\sin^{-1}\frac{1}{20}$ කෝණයක් සහිත බෑවුමක පල්ලම් බසී; කාරයේ වේගය $16\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ හා ත්වරණය $\frac{1}{2}\ \mathrm{m\ s^{-2}}$ වන මොහොතේ දී එන්ජිමේ ජවය සොයන්න.
$(g = 10\ \mathrm{m\ s^{-2}}$ ලෙස ගන්න.$)$

---

5. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $2m$ වන P හා Q අංශු දෙකක් R මුදුවක් හරහා යන දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට රූපයේ පරිදි ඇඳා ඇත. තන්තුව තදව, P අංශුව ω නියත ප්‍රවේගයකින් තිරස් වෘත්තයක වලනය වේ. Q අංශුව Pහි වෘත්තාකාර පෙතෙහි කේන්ද්‍රයෙහි නිශ්චලව පවතී.



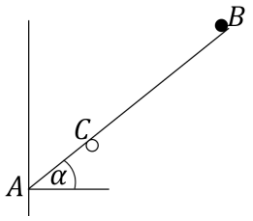
$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$ බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්,** P හි වෘත්තාකාර පෙතෙහි අරය, l ඇසුරෙන් සොයන්න.

---

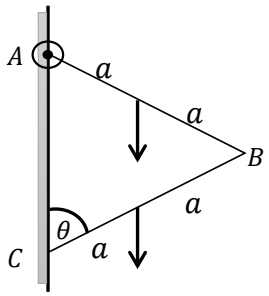
6. O, A හා B යනු ඒකරේඛීය ලක්ෂ්‍යය තුනක් යැයි ද $\lambda \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන් O අචල මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{i}+\lambda\boldsymbol{j}$ හා $3\boldsymbol{i}+6\mathbf{j}$ වේ. λ හි අගය සොයන්න. y–අක්ෂය මත P ලක්ෂ්‍යය ඇත්තේ AP හා BP රේඛා එකිනෙකට ලම්බ වන පරිදි ය. P ට පැවතිය හැකි පිහිටුම් දෛශික දෙක සොයන්න.

---

7. දිග $4a$ හා බර w වූ ACB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි එහි A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහි ව දණ්ඩේ C හි තබා ඇති සුමට නාදැත්තක් මත $AC = a$ වන පරිදි නිසලව තබා ඇත. දණ්ඩේ B කෙළවර ට බර $2w$ වූ අංශුවක් ඇඳා ඇත. $\cos\alpha = \sqrt{\frac{3}{10}}$ බව පෙන්වා **ඒ නයින්,** A හි දී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



8. එක එකක දිග $2a$ හා බර W වූ AB, BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි දී සුමට ව සන්ධි කර A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට නිදහසේ අසව් කර ඇත. BC දණ්ඩේ C කෙළවර බිත්තිය ස්පර්ශ කරමින් සිරසට θ කෝණයක් ආනතව බිත්තියට ලම්බ වූ සිරස් තලයක පද්ධතිය සමතුලිත ව පවතී.
බිත්තිය හා දණ්ඩ අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ විට $\tan\theta \geq \frac{2}{\mu}$ බව පෙන්වන්න.



[හයවැනි පිටුව බලන්න.

9. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(B) = \frac{3}{10}$ හා $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ බව දී ඇත. $P(A \cap B')$ සොයන්න. $(A' \cap B)$ හා C අන්‍යොන්‍ය ලෙස බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධි වේ නම් හා $P(A) = \frac{1}{2}$ වේ නම් $P(C) = \frac{9}{10}$ බව පෙන්වන්න.

10. එක එකක් ධන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ 5ක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය 4 වේ. කුලකයේ ඒක මාතය 3 වන අතර නිරීක්ෂණවල පරාසය 5 වේ. මධ්‍යස්ථය 3 බව දී ඇත්නම්, තිබිය හැකි නිරීක්ෂණ කුලක දෙක සොයන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

අ.පොෂ.ස (උ.පෙළ) උපකාරක තක්සේරුව - 2026

සංයුක්ත ගණිතය II இணைந்த கணிதம் II Combined Mathematics II	10 S II

B කොටස

✱ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (a) සෘජු මාර්ගයක ගමන් ගන්නා X නම් මෝටර් රථයක්, u ප්‍රවේගයකින් හා f ඒකාකාර ත්වරණයකින් A නම් ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර යයි. එය සිය වේගය λu වන තුරු ත්වරණය කරයි; මෙහි $(\lambda > 2)$ වේ. එය B නම් ලක්ෂ්‍යයේ දී f ඒකාකාර මන්දනයකින් ගමන් කිරීම අරඹා එහි ප්‍රවේගය $2u$ වන අවස්ථාවේ දී C ලක්ෂ්‍යය කරා එළඹේ. එම මාර්ගයේ ම එම දිශාවට ම $2u$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගමන් ගන්නා Y නම් වෙනත් මෝටර් රථයක් X මෝටර් රථය A ලක්ෂ්‍යය පසුකර යාමට $\frac{u}{f}$ කාලයකට ප්‍රථම එම A ලක්ෂ්‍යය පසුකර යයි.

එකම රූපසටහනක X හා Y හි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න. **ඒ නයින්,**

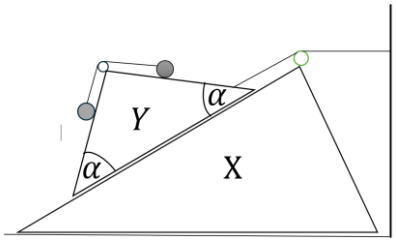
(i) $AB = \frac{1}{2f}u^2(\lambda^2 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) X මෝටර් රථය C ලක්ෂ්‍යය කරා එළඹෙන විට එය ගමන් කර ඇති මුළු දුර $\frac{1}{2f}u^2(2\lambda^2 - 5)$ බව පෙන්වන්න.

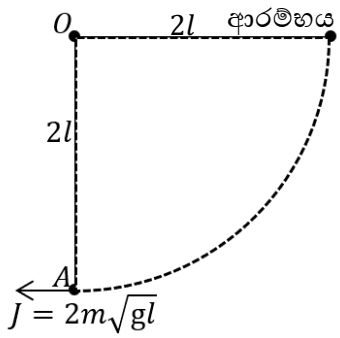
(iii) $\lambda \leq 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ නම්, X මෝටර් රථයට Y මෝටර් රථයට පසුකර යාමට නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(b) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව උතුරෙන් බටහිරට α කෝණයක් සාදන දිශාවට v km h^{-1} යාත්‍රා කරන අතර W යුධ නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $u\ (< v \sin\alpha)$ km h^{-1} ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් බටහිර දෙසට යාත්‍රා කරයි. යුධ නැව විසින් S නැව සතුරු නෞකාවක් ලෙස හඳුනාගැනෙන අතර එය අල්ලා ගැනීමට සැරසේ. එක්තරා මොහොතක දී, යුධ නෞකාවට හරියට ම නිරිත දිශාවෙන් d km දුරකින් නැව පිහිටයි. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයේ දළ සටහනක් ඇඳ, යුධ නෞකාවට සාපේක්ෂව නැවෙහි පෙත නිර්ණය කරන්න. **ඒ නයින්,** යුධ නැව හා නැව අතර කෙටිම දුර l සොයන්න. යුධ නෞකාවට සවිකර ඇති තුවක්කුවල උපරිම වෙඩි තැබීමේ පරාසය $R\ (> l)$ km නම්, නැව $\frac{2\sqrt{R^2 - l^2}}{\sqrt{v^2 + u^2 - 2uv\sin\alpha}}$ කාල පරාසයක් යුධ නැවෙහි වෙඩි තැබීමේ පරාසයෙහි රැඳෙන බව පෙන්වන්න.

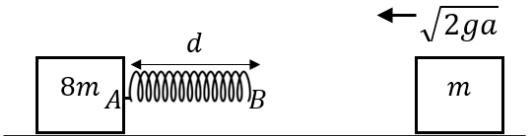
12. (a) X හා Y සුමට ඒකාකාර කූඹිඤ්ඤ දෙකක හා P හා Q අංශුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ, රූපයෙන් දැක්වේ. සුමට තිරස් මේසයක් මත ස්කන්ධය M වූ X සුමට කූඹිඤ්ඤය තබා ඇත. තිරස සමග $\alpha\left(< \frac{\pi}{4}\right)$ කෝණයක් සාදනු ලබන එහි ආනත මුහුණතෙහි ස්කන්ධය $2m$ වූ α ආනතියකින් යුතු ආනත මුහුණත් සහිත තවත් කූඹිඤ්ඤයක් තබා ඇත. Y කූඹිඤ්ඤයේ ශීර්ෂයකට සවිකර ඇති කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට එක එකෙහි ස්කන්ධය $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙකක් ඇඳා ඇත. X කූඹිඤ්ඤයේ ශීර්ෂයක වූ අචල සුමට කප්පියක් මතින් දිවෙන තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් Y කූඹිඤ්ඤයට ද අනෙක් කෙළවර එකම තලය මත වූ සිරස් බිත්තියක වූ ලක්ෂ්‍යයකට ද සවි කර ඇත්තේ තන්තුව තිරස්ව පිහිටන පරිදි ය. තන්තු තද ව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. තන්තුවල ආතති නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දිග $2l$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර ස්කන්ධය m වූ කුඩා P අංශුවකට හා O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. තන්තුව තදව, O හා එකම තිරස් මට්ටමේ සිට අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අනතුරුව චලිතයේ දී, P අංශුව වෘත්තාකාර සිරස් පථයක ගමන් කොට එහි පහළ ම ලක්ෂ්‍යය වූ A ලක්ෂ්‍යය කරා එළඹ එහි චලිතයේ දිශාවට ම $2m\sqrt{gl}$ විශාලත්වයක් සහිත තිරස් ආවේගයක් ලබා ගනී. ආවේගය ක්‍රියා කළ වහා ම අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. තන්තුව එහි යටි අත් සිරස සමග 60^0ක ආනතියක් සාදන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය සහ ආතතිය පිළිවෙලින් $\sqrt{14gl}$ හා $\frac{15mg}{2}$ බව පෙන්වන්න. එම මොහොතේදී ම වෙනත් අතිරේක ආවේගයක් අත් නොවන පරිදි තන්තුව ක්ෂණිකව කපා හරින ලදුව අනතුරුව අංශුව ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී A හා සමාන තිරස් මට්ටමේ පිහිටි B ලක්ෂ්‍යය කරා එළඹේ නම්, P අංශුවට B කරා ළඟාවීමට ගතවන කාලය $\left(\frac{\sqrt{42}+5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{\frac{l}{g}}$ බව පෙන්වන්න.



13. ස්වභාවික දිග d ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $6mg$ ද වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ AB දුන්නක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය $8m$ වන කුඩා ඝනාකාර කුට්ටියක් ඇඳා ඇත. AB දිග d වන පරිදි හා A ඇඳා ඇති මුහුණතට ලම්බව පවතින පරිදි දුන්න හා කුට්ටිය තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලව ඇත. $\sqrt{2ga}$ වේගයෙන් BA ට සමාන්තර දිශාවකට ගමන් කරන භෞතිකව සමාන මාන සහිත එහෙත් ස්කන්ධය m වූ තවත් කුට්ටියක් දුන්නෙහි නිදහස් B කෙළවර මත වැදේ.



සැහැල්ලු කුට්ටිය හා මේසය අතර ස්පර්ශය සුමට ව පවතී යැයි උපකල්පනය කෙරේ.

බර වැඩි කුට්ටිය අචලව පවතී යයි ද, තදාන්තර චලිතයේ දී AB සෘජුව හා තිරස්ව පවතී යයි ද උපකල්පනයෙන්, දුන්නෙහි B කෙළවර A සිට x දුරකින් පිහිටන විට සැහැල්ලු කුට්ටියේ චලිතයේ සමීකරණය $\ddot{X} = -\omega^2 X$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $X = x - d$ වේ.

x හි විසඳුම $x = d + h\cos\omega t + k\sin\omega t$ ආකාරයෙන් ඇතැයි යන උපකල්පනයෙන්, h හා k නියතවල අගයන් සොයන්න. **ඒ නයින්,** දුන්නෙහි අවම දිග සොයා $d > \frac{a}{3}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

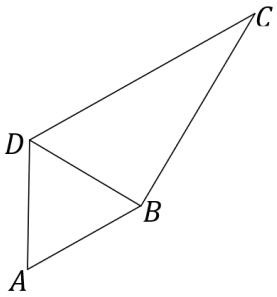
$d = a$ නම්, දුන්න මුල්වරට සිය දිගෙන් හරි අඩක් බවට සම්පීඩනය වීමට ගන්නා කාලයත් හා දුන්න මුල්වරට එහි අවම දිගට ළඟාවීමට ගන්නා කාලයත් අතර අනුපාතය $2:3$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, බර වැඩි කුට්ටියට මේසය මත නිදහසේ චලිත වීමට හැකි අතර බර වැඩි කුට්ටිය සහ මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුනකය μ වේ. බර වැඩි කුට්ටිය නොසෙල්වී තබා ගැනීමට μ ට තිබිය යුතු අවම අගය a හා d ඇසුරෙන් සොයන්න.

14. (a) $OACB$ යනු O දෛශික මූලය වන සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි ද **a** හා **b** **ඒකක දෛශික** දෙකක් යැයි ද ගනිමු. O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B ශීර්ෂවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\alpha\mathbf{a}$ හා $\beta\mathbf{b}$ වේ. $OP : OA = \alpha : 1$ වන පරිදි OA මත P ලක්ෂ්‍යය ද $AQ:AC = \beta:1$ වන පරිදි AC මත Q ලක්ෂ්‍යය ද වේ. දෛශික ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමය භාවිතයෙන් $\overrightarrow{PC} = \alpha(1-\alpha)\mathbf{a} + \beta\,\mathbf{b}$ හා $\overrightarrow{BQ} = \alpha\mathbf{a} - \beta(1-\beta)\,\mathbf{b}$ බව පෙන්වන්න.

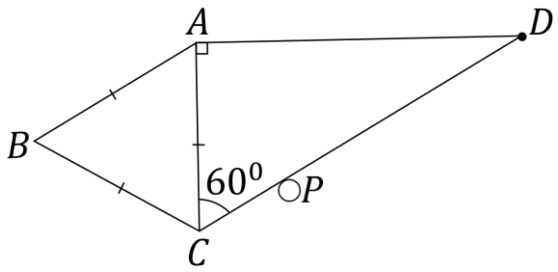
$B\hat{R}P = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි PC හා BQ රේඛා R හි දී හමුවේ. **a** හා **b** **ඒකක දෛශික** අතර කෝණය θ, $\cos^{-1}\left(\frac{\beta^2(1-\beta) - \alpha^2(1-\alpha)}{\alpha\beta(\alpha+\beta-\alpha\beta)}\right)$ මගින් ලබාදෙන බව පෙන්වන්න.

(b) $ABCD$ චතුරස්‍රයක් රූපයේ දක්වා ඇත. ABD සමපාද ත්‍රිකෝණයක් ද, $C\hat{B}D = 90°$ හා $CD = 4a$ ද වේ. විශාලත්වය $6P, 4P, \alpha P, \beta P$ හා $8\sqrt{3}P$ වූ බල පිළිවෙලින් AB, AD, DC, DB හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි; මෙහි α හා β තාත්වික නියත වේ. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය, DB ට සමාන්තරව අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවට වන බව දී ඇත. $\alpha = 6$ බව පෙන්වන්න. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය $6P$ නම්, β ට ලැබිය හැකි අගය සොයන්න. පද්ධතිය DB ඔස්සේ ක්‍රියාත්මක වන තනි බලයකට ඌනනය කිරීම සඳහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු යුග්මය ගණනය කරන්න.



A හි දී BD ට ලම්බව යොදන ලද F_1 බලයකින් හා C හි දී යොදන ලද F_2 බලයකින් නව පද්ධතිය සමතුලිතතාවට ගෙන එනු ලැබේ. F_1 හා F_2 හි අගයන් සොයන්න.

15. (a) එක එකෙහි දිග $2a$ ද බර W ද වන AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් හා පිළිවෙළින් දිග $2\sqrt{3}a$ හා $4a$ ද බර W හා $2W$ ද වන තවත් AD හා CD ඒකාකාර දඬු දෙකක් ඒවායේ අන්තවලදී සුමටව සන්ධි කර ඇත. දිග $2a$ වූ AC සැහැල්ලු දණ්ඩක් A හා C දී නිදහසේ සන්ධි කර ඇත. $PD = 3a$ පරිදි Pකුඩා නා දැත්තක් මත තබා ඇති CD දණ්ඩ D හි දී අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසව් කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි AD තිරස්ව පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත.

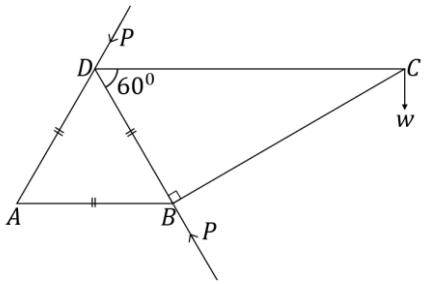


(i) AB දණ්ඩ මත B හි දී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

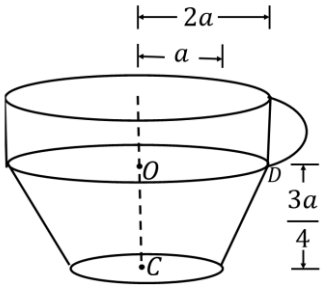
(ii) සැහැල්ලු දණ්ඩ මත තෙරපුම $\frac{3W}{2}$ බව පෙන්වන්න.

තව ද, P නාදැත්ත මගින් CD දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AB = AD = BD = a$, $D\hat{B}C = 90^0$ හා $B\hat{D}C = 60^0$ බව දී ඇත. w භාරයක් C සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර රාමු සැකිල්ල A හි දී අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සන්ධි කර AB හා DC තිරස්ව සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ එයට B හා D සන්ධිවල දී පිළිවෙලින් $\overrightarrow{BD}$ හා $\overrightarrow{DA}$ දිශාවන් ට යොදන ලද එක එකක් P විශාලත්වයෙන් යුතු බලයන් මගිනි. Pහි අගය සොයන්න. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. **ඒ නයින්,** දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.



16. අරය a වූ ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව හා උස h වූ ඒකාකාර කුහර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{3}$ දුරකින් පිහිටන බව ද පෙන්වන්න.



උඩත් හා යටත් දාරවල අරයයන් පිළිවෙලින් $2a$ හා a ද උස $\frac{3a}{4}$ ද වූ ඕන්නකයක හැඩයෙන් යුතු කුහර ඝෘජු වෘත්තාකාර ඒකාකාර තුනී කබොලක උඩත් දාරයට අරය $2a$ හා උස $\frac{a}{2}$ වූ ඝෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරාකාර කබොලක්ද, එහි යටත් දාරයට අරය a හා කේන්ද්‍රය C වූ තුනී ඒකාකාර වෘත්තාකර තැටියක් ද එක්කර තැනූ බඳුනක් රූපයේ දැක්වේ. එහි සිලින්ඩරාකාර කොටසට අරය $\frac{a}{4}$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර ඒකාකාර තුනී කම්බියකින් සකසන ලද අල්ලුවක් සවි කර ඇත.

බඳුනේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, O මූලය ද OC දිගේ $\boldsymbol{x}$ අක්ෂය ද OD දිගේ $\boldsymbol{y}$ අක්ෂය ද පිහිටි Oxy සමමිතික තලයක් මත $\left(\frac{5a}{31}, \frac{2a}{31\pi}(4\pi+1)\right)$ හි පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඉහත බඳුන අල්ලුවෙන් සුමට නාදැත්තක එල්ලූ විට OC තිරස්ව පවතින පරිදි සිලින්ඩරාකාර කොටසේ ගැටිටට අරය $2a$ වන කම්බි වළල්ලක් සවිකිරීමට අදහස් කරයි. කම්බි වළල්ලේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය සොයන්න.

17. (a) එක්තරා මලල ක්‍රීඩකයකු වට කිහිපයකින් සමන්විත ජවන ඉසව්වකට සහභාගි වී අවසන් වටය ට සුදුසුකම් ලැබීමට උත්සාහ කරයි. මූලික වටයේ දී ඔහුට ප්‍රථම, දෙවන හා තෙවන ස්ථාන අත්කර ගැනීම ට හැකි සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ හා $\frac{1}{3}$ වේ. ක්‍රීඩකයා මූලික වටයේ දී පළමු, දෙවන හෝ තෙවන ස්ථාන අත්කර ගන්නේ නම් ඔහු අවසානප වටයට සුදුසුකම් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{5}$ කි. අන් අයුරකින්, ඔහු අවසන් වටයට සුදුසුකම් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{10}$ කි. ක්‍රීඩකයා අවසන් වටයට සුදුසුකම් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. ක්‍රීඩකයා අවසන් වටයට සුදුසුකම් ලද බව දී ඇත. මූලික වටයේ දී ඔහු මුල් ස්ථාන තුනෙන් එකක් අත්කර ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) සමූහිත සංඛ්‍යාත පද්ධතියක i වන පංති ප්‍රාන්තරයේ පන්ති ලකුණ x_i ද සංඛ්‍යාතය f_i ලෙස ද ගනිමු; මෙහි $i = 1,2,3,\ldots n$ වේ. ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ සහ සම්මත අපගමනය σ පිළිවෙලින් $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ හා $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$ මගින් දී ඇත. $a, b \in \mathbb{R}$ විට නිරීක්ෂණ $y_i = ax_i + b$ මගින් කේතනය කළ විට කේතනය කරන ලද දත්ත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් $\bar{y} = a\bar{x} + b$ හා $\sigma_y = |a|\sigma$ මගින් ලබාදෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

යාබද වගු මගින් දැක්වනුයේ පර්යේෂකයකු විසින් බොජුන් හල් හිමියකුට සිය අලෙවිය වර්ධනය කරගැනීමට අදාළ තීරණවලට එළැඹීමට සහාය වනු පිණිස එක්තරා දිනක දී බොජුන් හලට පැමිණි Z ආහාර වර්ගයට කැමති පළමු පාරිභෝගිකයින් තිස්දෙනා වෙතින් රැස් කර සාරාංශ කරන ලද දත්ත වේ. පාරිභෝගිකයන්ගේ වයසෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න. **ඒ නයින්,** Z ආහාර වර්ගය සඳහා වන වියදමෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය **අපෝහනය** කරන්න.

පාරිභෝගික වයස (අවුරුදු)	පාරිභෝගික සංඛ්‍යාව
61–75	2
46–60	2
31–45	8
16–30	12
1–15	6

වියදම (රුපියල්)	පාරිභෝගික සංඛ්‍යාව
6100–7500	2
4600–6000	2
3100–4500	8
1600–3000	12
1100–1500	6

***