AL/2026/10/T-I

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2026
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	**10 T I**

පැය තුනයි **மூன்று மணித்தியாலம்** *Three hours*	අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි **மேலதிக வாசிப்பு நேரம்** - 10 நிமிடங்கள் Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் **1 - 10**), **பகுதி B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
- **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^{n}\left(r+\frac{1}{2}\right) = \frac{n}{2}(n+2)$ என நிறுவுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. $y = |x-1|-1$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைந்து, **இதிலிருந்து,** $y = \big||x-1|-1\big|$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.
சமனிலி $\big||x-1|-1\big| \leq 1$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ஒரே ஆகண் வரிப்படத்தில்,

(i) $\left|\operatorname{Arg}(z-i)\right|=\frac{\pi}{6}$,

(ii) $\left|z-i\right|=1$ உம் $\operatorname{Im} z \geq 1$ உம்

ஆகியவற்றைத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்குகளைப் பரும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து, இவ்வொழுக்குகளின் வெட்டுப் புள்ளியினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்ணைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ எனக் கொள்வோம். $x>0$ இற்கு $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)^{2n}$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் உள்ள மாறா உறுப்பு $(-1)^n \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}-\sqrt{2x}\right)^4$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் உள்ள மாறா உறுப்பைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{\cos x - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{\pi} - \sqrt{3x}} = \sqrt{\dfrac{\pi}{3}}$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. $y = \dfrac{1}{x}\sqrt{\cot\left(\dfrac{\pi}{x} - 1\right)}$, $y = 0$, $x = \dfrac{\pi}{2}$, $x = \dfrac{2\pi}{3}$ ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் x-அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றப்படுகின்றது. இவ்வாறு பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\ln\left[2\cos\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ இற்கு $x = 2\sec\theta$, $y = \tan\theta$ ஆகியவற்றினாற் பரமானமுறையாகத் தரப்படும் வளையி C எனக் கொள்வோம். புள்ளி $(2\sec\theta, \tan\theta)$ இல் C இற்கு உள்ள செவ்வன் கோட்டின் சமன்பாடு $2x\tan\theta + y\sec\theta = 5\sec\theta\tan\theta$ எனக் காட்டுக.

இச்செவ்வன் கோடு புள்ளி $(5, 0)$ இனூடாகச் செல்லத்தக்கதாக θ இன் பெறுமானத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. $A \equiv (1, 1)$ எனவும் $B \equiv (3, 5)$ எனவும் கொள்வோம். AB உடன் கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ ஐ ஆக்கிக்கொண்டு B இனூடாகச் செல்லும் கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. வட்டம் $x^2 + y^2 = 4$ ஐ உள்ளே தொடுவனவும் கோடு $y = \sqrt{3}\,x$ மீது அவற்றின் மையங்கள் இருப்பனவும் ஆரைகள் 1 ஐ உடையனவுமான வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

10. $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ ஆகும். $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{7}{5\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக. $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$ எனக் கொண்டு, $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{(7\sqrt{3}+1)}{10\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.

* *

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2026
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	10 T I

பகுதி B

* **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) $k, \lambda \in \mathbb{R}$ எனவும் $k \neq 0$ எனவும் கொள்வோம். சமன்பாடு $kx^2 - 2\lambda x - \frac{1}{k} = 0$ இற்கு இரு வேறுவேறான பூச்சியமற்ற மெய்ம் மூலங்கள் உண்டெனக் காட்டுக.

α, β ஆகியன இம்மூலங்களெனக் கொள்வோம். $\frac{1}{\alpha} + k^2\beta^2$, $\frac{1}{\beta} + k^2\alpha^2$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $f(x) = 0$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $f(x) = x^2 - 2(2\lambda^2 - k\lambda + 1)x + (2k\lambda - k^2 + 1)$.

$y = f(x)$ இன் வரைபின் சமச்சீரச்சு $x = -1$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $2\lambda^2 - k\lambda + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

சமன்பாடு $2\lambda^2 - k\lambda + 2 = 0$ ஆனது λ இன் ஒரு பெறுமானத்தினால் மாத்திரம் திருப்தியாக்கப்படத்தக்கதாக k இன் நேர்ப் பெறுமானத்தைக் கண்டு, λ இன் இப்பெறுமானத்தையும் காண்க.

(*b*) $f(x) = x^4 + ax^3 + px^2 + q$ எனவும் $g(x) = x^4 + bx^3 - qx^2 + 2x - p$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, p, q \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

$(x + 1)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் $g(x)$ ஆனது $(x - 1)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி 4 எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

$a = b$ எனக் காட்டுக.

சமன்பாடு $f(x) = f(-x)$ இற்கு ஒரு பூச்சியமற்ற தீர்வு உண்டு எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $a = 0$ எனவும் $p + q = -1$ எனவும் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $(x + 1)$ ஆனது $g(x)$ இன் ஒரு காரணியெனக் காட்டுக.

12. (*a*) 3, 5, 6, 7, 8 ஆகிய தரப்பட்டுள்ள ஐந்து இலக்கங்களில் சிலவற்றை அல்லது எல்லாவற்றையும் மீள்வருதல் இல்லாமற் பயன்படுத்தி எண்களை ஆக்குதல் வேண்டும்.

(i) 10 000 இலும் கூடிய ஓர் எண் ஆக்கப்படத்தக்க,

(ii) 6000 இலும் கூடிய ஓர் எண் ஆக்கப்படத்தக்க

வெவ்வேறு விதங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(*b*) (i) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\frac{r+5}{(r+1)(r+2)(r+3)} = \frac{A}{r+1} + \frac{B}{r+2} + \frac{C}{r+3}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மெய்ம் மாறிலிகளைக் காண்க.

(ii) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{r+5}{(r+1)(r+2)(r+3)}$ எனவும் $r \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ இற்கு $f(r) = \frac{1}{r+2}$ எனவும் கொள்வோம்.

மேற்குறித்த பகுதி (i) ஐப் பயன்படுத்தி,

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = 2f(r-1) - 3f(r) + f(r+1)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{2}{3} - \frac{2}{n+2} + \frac{1}{n+3}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$\lim_{n\to\infty} \left(\sum_{r=2}^{n+2} U_r + \sum_{r=n+1}^{2n} U_r \right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ b & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 5 & c \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

$\mathbf{AB} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக a, b, c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

a, b, c ஆகியவற்றின் இப்பெறுமானங்களுடன் $(\mathbf{AB})^{\mathrm{T}}\mathbf{D} = 2\mathbf{I} + \mathbf{C}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயம் $\mathbf{D}$ ஐக் காண்க; இங்கு $\mathbf{I}$ ஆனது வரிசை 2 இன் சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

(*b*) $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$, (ii) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z}_1 \overline{z}_2$,

(iii) $z_2 \neq 0$ இற்கு $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z}_1}{\overline{z}_2}$, (iv) $z_1 \overline{z}_1 = |z_1|^2$

எனக் காட்டுக.

$|z_1| = |z_2| = 1$ ஆகவும் $z_1 \neq -z_2$ ஆகவும் இருப்பின், $\left(\frac{1 + z_1 z_2}{z_1 + z_2}\right)$ மெய்யெனக் காட்டுக.

(*c*) $\frac{\cos\alpha + i\sin\alpha}{\cos\beta + i\sin\beta} = \cos(\alpha - \beta) + i\sin(\alpha - \beta)$ எனக் காட்டுக; இங்கு $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

$1 + \sqrt{3}i$ ஐயும் $\sqrt{2}(1+i)$ ஐயும் வடிவம் $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $r > 0$ உம் $-\pi < \theta \leq \pi$ உம் ஆகும்.

$\omega = \frac{1 + \sqrt{3}i}{\sqrt{2}(1+i)}$ எனக் கொள்வோம். $|\omega| = 1$ எனவும் $\mathrm{Arg}\,\omega = \frac{\pi}{12}$ எனவும் காட்டுக.

$\omega^{18} = -i$ என **உய்த்தறிக.**

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

14. (*a*) $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ இற்கு $f(x) = \alpha\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 + 4$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $\alpha \in \mathbb{R}$ ஆகும். $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ இற்கு $f'(x) = \frac{4\alpha(x-1)}{(x+1)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

$x = 0$ ஆக இருக்கும்போது $y = f(x)$ இன் வரைபுக்கான தொடலிக் கோட்டின் படித்திறன் 8 ஆகுமெனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$\alpha = -2$ எனக் காட்டுக.

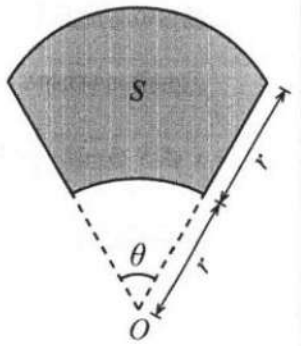
$f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடையையும் $f(x)$ குறையும் ஆயிடைகளையும் காண்க.

$y = f(x)$ இன் வரைபின் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

திரும்பற் புள்ளியையும் அணுகுகோடுகளையும் காட்டி, $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து, f இன் வீச்சையும் ஆயிடை $[k, \infty)$ இல் f ஒன்றுக்கொன்றானதாக இருக்கத்தக்கதாக k இன் மிகச் சிறிய பெறுமானத்தையும் குறிப்பிடுக.

(*b*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசம் S இன் வரைப்பாடு ஆரைகள் r m, $2r$ m ஆன, மையம் O இல் ஒரு θ ஆரையன் கோணத்தை எதிரமைக்கும் இரு ஒருமைய வட்ட விற்களையும் நீட்டப்படும்போது மையம் O இனூடாகச் செல்லும் இரு நேர்கோட்டுத் துண்டங்களையும் கொண்டுள்ளது. பிரதேசம் S இன் பரப்பளவு 81 m^2 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. S இன் சுற்றளவு p m ஆனது $r > 0$ இற்கு $p = 2\left(r + \frac{81}{r}\right)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டி, p இழிவாக இருக்கத்தக்கதாக r, θ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



15. (*a*) $\frac{6t^2 + 7t + 3}{(2t-1)(4t^2 + 4t + 5)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைத்து, **இதிலிருந்து,** $\int \frac{6t^2 + 7t + 3}{(2t-1)(4t^2 + 4t + 5)}\,\mathrm{d}t$ ஐக் காண்க.

(*b*) (i) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\tan\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{1+\cos x}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 \sin x}{(1+\cos x)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi^2}{4} - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1+\cos x}\,\mathrm{d}x$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, (i) ஐப் பயன்படுத்தி, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 \sin x}{(1+\cos x)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{4}(\pi - 4) + 2\ln 2$ எனக் காட்டுக.

(*c*) $\cot\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = \frac{1-\cot x}{1+\cot x}$ எனக் காட்டுக.

a, b ஆகியன மாறிலிகளாக இருக்கும் சூத்திரம் $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(a+b-x)\,\mathrm{d}x$ ஐப் பயன்படுத்தி,

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\cot x)\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{8}\ln 2$ எனக் காட்டுக.

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

16. (*a*) $A \equiv (3, 0)$, $B \equiv (0, 2)$ எனவும் l ஆனது கோடு AB இற்குச் செங்குத்தான ஒரு கோடு எனவும் கொள்வோம். கோடு l இன் சமன்பாடு வடிவம் $3x - 2y = \lambda$ ஐ உடையதெனக் காட்டுக; இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$. இக்கோடு l ஆனது x-அச்சைப் புள்ளி C இலும் y-அச்சைப் புள்ளி D இலும் இடைவெட்டுகின்றது. AD, BC ஆகிய கோடுகளின் வெட்டுப் புள்ளி வட்டம் $x^2 + y^2 - 3x - 2y = 0$ மீது உள்ளதெனக் காட்டுக.

(*b*) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ எனவும் $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$ எனவும் கொள்வோம். $S_1 = 0$, $S_2 = 0$ ஆகிய வட்டங்கள் சம ஆரைகளை உடையன எனவும் அவை ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன எனவும் காட்டுக.

மேலும் இவ்வட்டங்களுக்கான பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க.

$U \equiv 2x - 4y + 3$ எனவும் கொள்வோம். $S_1 + U = 0$, $S_2 = 0$ ஆகிய வட்டங்களின் வெட்டுப் புள்ளிகளினூடாகச் சென்று, வட்டம் $S_2 = 0$ ஐ நிமிர்கோணமுறையாக இடைவெட்டும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17. (*a*) $\cos 2x + \sin 2x$ ஐ வடிவம் $R\sin(2x + \alpha)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $R > 0$ உம் $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும்.

இதிலிருந்து, $1 + \cos 2x + \sin 2x = 0$ இன் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

இத்தீர்வுகளைக் கொண்ட தொடை S எனக் கொள்வோம்.

$x \notin S$ இற்கு $\dfrac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x} = \tan x$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\dfrac{1 - \cos x + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} = \dfrac{1}{2}\sin\dfrac{x}{2}$ ஐத் தீர்க்க.

(*b*) வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஒரு முக்கோணி ABC இற்குக் **கோசைன் நெறியைக்** கூறுக.

ஒரு முக்கோணி ABC இல் BC மீது புள்ளி D ஆனது, $BD : DC = 2 : 1$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக, உள்ளது.

உகந்த முக்கோணிகளுக்குக் கோசைன் நெறியைப் பிரயோகித்து, வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $AD^2 = \dfrac{1}{9}\left(6b^2 + 3c^2 - 2a^2\right)$ எனக் காட்டுக.

இப்போது, $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm, $AD = \dfrac{\sqrt{37}}{3}$ cm எனின், $B\hat{A}C = \dfrac{\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

(*c*) சமன்பாடு $\sin\left(\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)\right) + \tan\left(\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)\right) = \dfrac{3}{2x}$ ஐத் தீர்க்க.

* * *

AL/2026/10/T-II

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2026
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය II இணைந்த கணிதம் II Combined Mathematics II	**10 T II**

පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் *Three hours*	අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள் Additional Reading Time - 10 minutes

විනාත්තාළෙ වාසිත්තු, විනාක්කළෙත් තෙරිවුසෙය්වතර්කුම් විටෙ එළුතුම්පෝතු මුන්නුරිමෙ වළංකුම් විනාක්කළෙ ඔළුංකමෙත්තුක් කොළ්වතර්කුම් මේලතික වාසිප්පු නේරත්තෙප් පයන්පටුත්තුක.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் **1 - 10**), **பகுதி B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
- **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

- இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

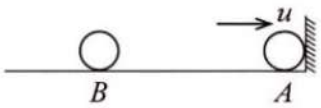
விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர்:	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்		

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது ஒரு நேர்கோடு வழியே கதி u உடன் இயங்கும் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை A ஆனது A இன் இயக்கத் திசைக்குச் செங்குத்தான ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரில் மோதுகின்றது (உருவைப் பார்க்க). சுவரினால் A மீது உஞற்றப்படும் கணத்தாக்கு $m(1+e)u$ எனக் காட்டுக; இங்கு e ஆனது A இற்கும் சுவருக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகமாகும்.

சுவரிலிருந்து பின்னதைத்த பின்னர் A ஆனது நிலத்தின் மீது ஓய்வில் இருக்கும் திணிவு $\frac{m}{e}$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை B உடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. A இற்கும் B இற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகமும் e ஆகும். இம்மோதுகையின் பின்னர் A ஓய்வுக்கு வருகின்றதெனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

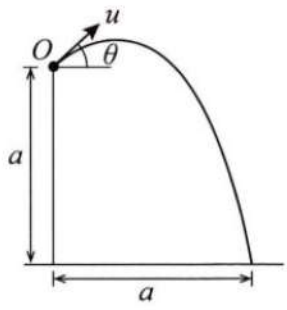
.....

.....

.....

2. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, ஒரு கிடைத் தரைக்கு மேலே ஒரு நிலைக்குத்துத் தூரம் a இல் உள்ள ஒரு புள்ளி O இலிருந்து ஒரு துணிக்கை கிடையுடன் கோணம் $\theta\left(0 \le \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ இல் ஒரு தொடக்க வேகம் u உடன் எறியப்படுகின்றது. O இலிருந்து ஒரு கிடைத் தூரம் a இல் துணிக்கை தரையிற் படுகின்றது. $a = \frac{2u^2}{g} \cdot \frac{(1+\tan\theta)}{(1+\tan^2\theta)}$ எனக் காட்டுக.

$u = \sqrt{\frac{ga}{2}}$ எனின், $\theta = 0$ அல்லது $\theta = \frac{\pi}{4}$ என **உய்த்தறிக.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

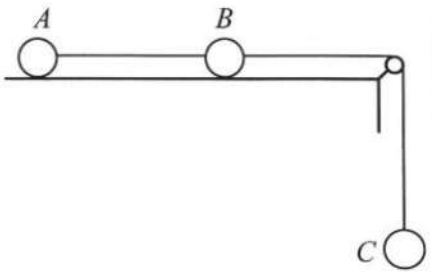
.....

.....

.....

.....

3. A, B, C என்னும் மூன்று துணிக்கைகளின் திணிவுகள் முறையே m, $2m$, $4m$ ஆகும். A, B ஆகிய துணிக்கைகள் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் நுனிகளுடன் இணைக்கப்பட்டு, ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ளன. மேசையின் விளிம்பு மீது பொருத்தப்பட்டுள்ள ஓர் ஒப்பமான சிறிய கப்பி மீது செல்லும் வேறோர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் நுனிகளுடன் B, C ஆகிய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A, B, C ஆகிய துணிக்கைகள் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளன.



உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, இழைகள் இறுக்கமாக இருக்கத் துணிக்கை C ஆனது கப்பிக்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே தொங்குகின்றது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. A இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. 1000 kg திணிவுள்ள ஒரு கார் அதன் எஞ்சின் மாறா வலு 16 kW இல் தொழிற்படும்போது ஒரு நேர்க் கிடை வீதி வழியே செல்கின்றது. காரின் இயக்கத்திற்கு உள்ள தடை 600 N ஆகும். காரின் கதி $25\ \text{m s}^{-1}$ ஆக இருக்கும் கணத்தில் அதன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

இப்போது கார் ஓர் $(600 + 5v)$ N தடைக்கு எதிரே கிடையுடன் $\sin^{-1}(0.1)$ கோணத்திற் சாய்ந்த ஒரு நேர் வீதி வழியே மேல்நோக்கிச் செல்கின்றது எனக் கருதுக; இங்கு $v\ \text{m s}^{-1}$ ஆனது காரின் கதியாகும். காரின் எஞ்சின் அதே வலுவில் தொழிற்படுமெனின், அதன் ஆர்முடுகல் $0.5\ \text{m s}^{-2}$ ஆக இருக்கும் கணத்தில் காரின் கதியைத் துணிவதற்குப் போதுமான சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

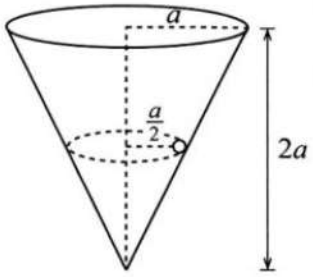
.....

.....

.....

.....

5. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, அடி ஆரை a ஐயும் உயரம் $2a$ ஐயும் உடைய ஒரு பொட் செவ்வட்டக் கூம்பு அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாகவும் உச்சி கீழ்நோக்கியும் இருக்க நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை கூம்பின் ஒப்பமான உள் மேற்பரப்பு மீது ஆரை $\frac{a}{2}$ ஐ உடைய ஒரு கிடை வட்டத்தில் மாறாக் கதி v உடன் இயங்குகின்றது. $v = \sqrt{ga}$ எனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ஆகியன இரு செங்குத்து அலகுக் காவிகள் எனவும் $\mathbf{a} = t\mathbf{u} + (1-t)\mathbf{v}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $t \in \mathbb{R}$ ஆகும்.
$|\mathbf{a}|^2 = t^2 + (1-t)^2$ எனக் காட்டுக.
$\mathbf{a}$ ஆனது $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ ஆகிய ஒவ்வொன்றுடனும் சம கோணங்களை ஆக்குமெனின், $|\mathbf{a}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ என **உய்த்தறிக.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

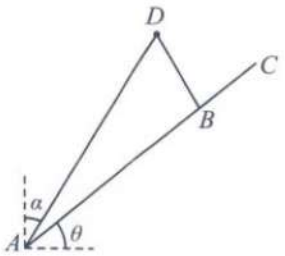
.....

.....

.....

.....

7. நீளம் $4a$ ஐ உடைய ஒரு சீரான பாரமான கோல் ABC அதன் முனை A உடனும் ஓர் ஒப்பமான நிலையான முளை D இற்கு மேலாகச் சென்று கோல் மீது உள்ள புள்ளி B உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ள ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் நாப்பத்திற் பேணப்படுகின்றது; இங்கு $AB = 3a$. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, கோல் கிடையுடன் கோணம் θ இற் சாய்ந்திருக்கும் அதே வேளை இழையின் பகுதி AD ஆனது நிலைக்குத்துடன் கோணம் α ஐ ஆக்குகின்றது. $3\tan\theta\tan\alpha = 1$ எனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

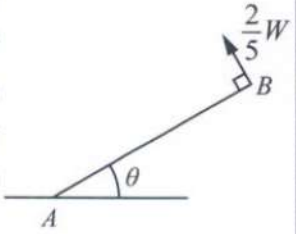
.....

.....

.....

.....

8. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, நிறை W ஐ உடைய ஒரு சீரான கோல் AB அதன் முனை A ஐ ஒரு கரடான கிடைத் தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டு B இல் கோலுக்குச் செங்குத்தான ஒரு திசையில் பருமன் $\frac{2}{5}W$ ஐ உடைய ஒரு விசையைப் பிரயோகிப்பதன் மூலம் நாப்பத்திற் பேணப்படுகின்றது. கிடையுடன் கோல் ஆக்கும் கோணம் θ உம் கோலுக்கும் கரடான தளத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் μ உம் ஆகும்.
$\cos\theta = \frac{4}{5}$ எனவும் $\mu \geq \frac{6}{17}$ எனவும் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. A, B ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி Ω இன் இரு நிகழ்வுகளெனக் கொள்வோம். $P(A \mid B) + P(A' \mid B) = 1$ எனக் காட்டுக; இங்கு A' ஆனது நிகழ்வு A இன் நிரப்பியைக் குறிப்பிடுகின்றது.

இப்போது $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ எனவும் $P(B) = \frac{1}{2}$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $P(A' \mid B)$ ஐக் காண்க.

10. தரவுத் தொடை $\{x_1, x_2, \ldots, x_{20}\}$ இற்கு $\sum_{i=1}^{20} (x_i - 3) = 40$ எனவும் $\sum_{i=1}^{20} (2x_i - 3)^2 = 1060$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

இத்தரவுத் தொடையின் இடை 5 எனவும் அதன் மாறற்றிறன் 1 எனவும் காட்டுக.

**

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2026
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

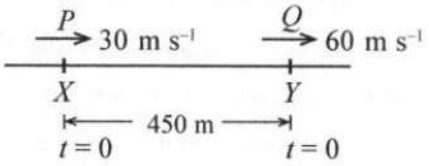
10 T II

பகுதி B

* **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

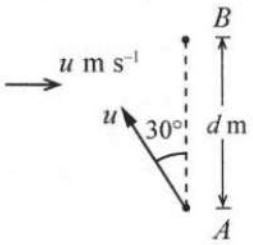
(இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிப்பிடுகின்றது.)

11. (*a*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, X, Y ஆகியன ஒரு நேர் வீதி மீது 450 m இடைத்தூரத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளாகும். நேரம் $t = 0$ இல் ஒரு கார் P கதி 30 m s^{-1} உடன் திசை $\overrightarrow{XY}$ இல் புள்ளி X ஐக் கடந்து வீதி வழியே ஒரு சீரான ஆர்முடுகல் f m s^{-2} $(f > 0)$ உடன் இயங்குகின்றது. அதே கணம் $t = 0$ இல் வேறொரு கார் Q ஆனது கதி 60 m s^{-1} உடன் திசை $\overrightarrow{XY}$ இல் புள்ளி Y ஐக் கடந்து வீதி வழியே ஒரு சீரான ஆர்முடுகல் f m s^{-2} உடன் கதி 90 m s^{-1} ஐ அடையும் வரைக்கும் இயங்கி, பின்னர் அதே திசையில் அம்மாறாக் கதியைப் பேணிக்கொண்டு இயங்குகின்றது. கார் P உம் கார் Q உம் $t = 25$ s ஆன கணத்தில் சந்திக்கின்றனவெனத் தரப்பட்டுள்ளது. ஒரே வரிப்படத்தில், $t = 0$ தொடக்கம் $t = 25$ s வரைக்கும் P, Q ஆகியவற்றின் இயக்கங்களுக்குரிய வேக-நேர வரைபுகளைப் பரும்படியாக வரைக.



இதிலிருந்து, $f = 6$ எனக் காட்டி, X இலிருந்து Q ஐச் சந்திப்பதற்கு P சென்ற தூரம் 2625 m எனக் காட்டுக.

(*b*) ஓர் ஆறு கிழக்கு நோக்கி ஒரு சீரான வேகம் u m s^{-1} உடன் பாய்கின்றது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, A, B ஆகியன $AB = d$ m ஆகவும் A ஆனது B இற்குத் தெற்கான ஒரு திசையிலும் இருக்குமாறு ஆற்றின் மேற்பரப்பு மீது உள்ள இரு நிலைத்த புள்ளிகளாகும். ஒரு குறித்த கணத்தில் புவி தொடர்பாக ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையில் ஒரு சீரான வேகம் u m s^{-1} உடன் வடக்கிலிருந்து மேற்கே 30° கோணத்தை ஆக்கும் திசையிற் செல்லும் ஒரு படகு P ஆனது புள்ளி A இல் அவதானிக்கப்படுகின்றது. நீர் தொடர்பாக P இன் வேகத்தைக் காண்க.

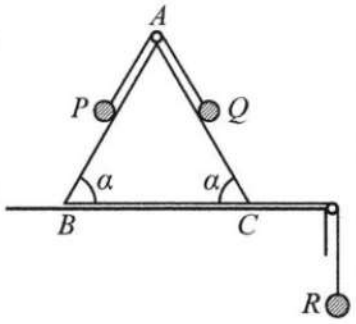


இக்கணத்தில் நீர் தொடர்பாக ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையில் ஒரு சீரான கதி v m s^{-1} இல் P ஐக் கைப்பற்றும் எதிர்பார்ப்புடன் செல்லும் வேறொரு படகு Q புள்ளி B இல் அவதானிக்கப்படுகின்றது; இங்கு $\frac{3u}{2} < v < \sqrt{3}\,u$ ஆகும். P ஐக் கைப்பற்றுவதற்கு Q செல்லத்தக்க இரு திசைகள் உள்ளனவெனக் காட்டுக.

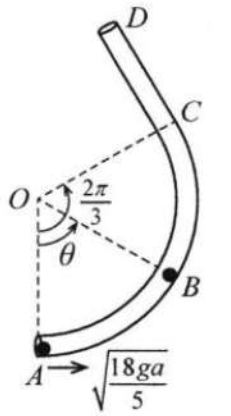
இவ்விரு திசைகளிலும் P ஐக் கைப்பற்றுவதற்கு Q எடுக்கும் நேரங்களுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் $\frac{d\sqrt{4v^2 - 9u^2}}{(3u^2 - v^2)}$ எனவும் காட்டுக.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

12. (*a*) திணிவு M ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ள நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டு ABC இவ்வுருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது. BC ஐக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ள அதே வேளை AB, AC ஆகியன அவற்றைக் கொண்ட முகங்களின் அதியுயர் சரிவுக் கோடுகளாகும். மேலும், $A\hat{B}C = A\hat{C}B = \alpha$. திணிவுகள் முறையே $2m$, m ஆன P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் A இற் பொருத்தப்பட்டுள்ள ஓர் ஒப்பமான சிறிய கப்பி மீது செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் இரு நுனிகளிலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை இறுக்கமாக இருக்க, துணிக்கை P ஆனது AB மீது வைத்திருக்கப்படும் அதே வேளை துணிக்கை Q ஆனது AC மீது வைத்திருக்கப்படுகின்றது. ஆப்பில் உள்ள புள்ளி C உம் திணிவு $4m$ ஐ உடைய துணிக்கை R உம் மேசையின் விளிம்பிற் பொருத்தப்பட்டிருக்கும் ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பி மீது செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் நுனிகளுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழைகள் ABC அடங்கும் அதே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்கும் அதே வேளை துணிக்கை R சுயாதீனமாகத் தொங்குகின்றது. தொகுதி உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள தானத்தில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. ஆப்பின் ஆர்முடுகலைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

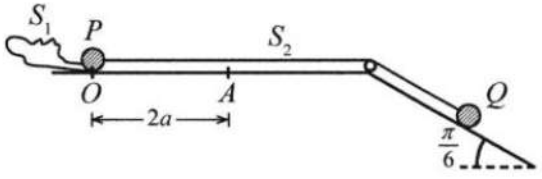


(*b*) ஒரு தளத்தில் உள்ள ஓர் ஒப்பமான ஒடுங்கிய குழாய் $ABCD$ ஆனது ஆரை a, மையம் O, $A\hat{O}C = \frac{2\pi}{3}$ ஆகவுள்ள ஒரு வட்டப் பகுதி ABC ஐயும் OC உடன் ஒரு கோணம் $\frac{\pi}{2}$ ஐ ஆக்கும் ஒரு நேர்ப் பகுதி CD ஐயும் கொண்டுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு OA நிலைக்குத்தாக இருக்கக் குழாய் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை குழாயினுள்ளே A இல் வைக்கப்பட்டு, அதற்குத் குழாயில் இயங்குவதற்குப் பருமன் $\sqrt{\frac{18ga}{5}}$ ஐ உடைய ஒரு கிடை வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. அது O பற்றி ஒரு கோணம் $\theta \left(0 \le \theta \le \frac{2\pi}{3}\right)$ இனூடாகத் திரும்பும்போது துணிக்கையின் கதி v ஆனது $v^2 = \frac{2ga}{5}(4 + 5\cos\theta)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டி, அது இத்தானத்தில் இருக்கும்போது குழாயின் மூலம் துணிக்கை மீது பிரயோகிக்கப்படும் மறு தாக்கத்தைக் காண்க.



துணிக்கை D ஐ அடைவதற்கு முன்பாக ஓய்வுக்கு வருகின்றதெனக் கொண்டு, துணிக்கை CD வழியே சென்ற தூரத்தைக் காண்க.

13. இயற்கை நீளம் $2a$ ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு Mg ஐயும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழை S_1 இன் ஒரு நுனி ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளி O உடனும் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. வேறோர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழை S_2 இன் ஒரு நுனி துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை மற்றைய நுனி திணிவு M ஐ உடைய வேறொரு துணிக்கை Q உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, இழை S_1 தளர்ந்திருக்க துணிக்கை P ஆனது O இல் வைக்கப்பட்டுள்ளதுடன், இழை S_2 இறுக்கமாகவும் மேசையின் விளிம்பிற் பொருத்தப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான சிறிய கப்பியின் மீது சென்று துணிக்கை Q கிடையுடன் ஒரு கோணம் $\frac{\pi}{6}$ இற் சாய்ந்த ஓர் ஒப்பமான தளத்தின் மீது இருக்குமாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை S_2 ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில், அதன் சாய்தளத்தின் மீது உள்ள பகுதி சாய்தளத்தின் ஓர் அதியுயர் சரிவுக் கோடு வழியே இருக்குமாறு, உள்ளது. உருவில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளவாறு $OA = 2a$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A மேசை மீது உள்ள புள்ளியெனக் கொள்வோம். தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. A ஐ அடையும்போது P இன் கதியைக் காண்க. P ஆனது கப்பியை அடைவதில்லையெனக் கொண்டு இழை S_1 இறுக்கமாக இருக்க P இன் பின்னர் வரும் இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{Mg}{2(M+m)a}(x - a) = 0$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக; இங்கு $AP = x$ ஆகும்.



[பக். 9 ஐப் பார்க்க

$X = x - a$ எனக் கொண்டு மேற்குறித்த இயக்கச் சமன்பாட்டை வடிவம் $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ இல் திரும்ப எழுதுக; இங்கு $\omega\ (>0)$ ஆனது துணியப்பட வேண்டிய ஒரு மாறிலியாகும்.

குத்திரம் $\dot{X}^2 = \omega^2(C^2 - X^2)$ ஐப் பயன்படுத்தி, இல்வியக்கத்தின் வீச்சம் C ஐக் காண்க.

O இல் இருந்து ஒப்விலிருத்து விடுவிக்கப்பட்ட பின்னர், P மறுபடியும் முதல் தடவை ஒப்வுக்கு வருவதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\sqrt{\dfrac{2(M+m)a}{Mg}}\left[2+\pi-\cos^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)\right]$ எனக் காட்டுக.

14.(a) வழக்கமான குறிப்பிட்டில், A, B என்னும் புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $a\mathbf{i} - \mathbf{j}$ ஆகும். OA, OB ஆகிய கோடுகள் செங்குத்தானவை; இங்கு O உற்பத்தியாகும். $\alpha = 2$ எனக் காட்டுக.

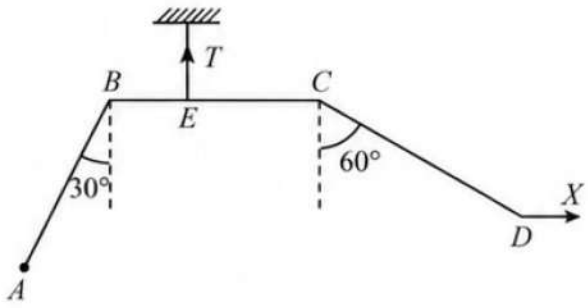
C ஆனது தானக் காவி $\dfrac{4}{3}\mathbf{i} + \mathbf{j}$ ஆகவுள்ள புள்ளியெனக் கொள்வோம். A, B, C ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் உள்ளன எனக் காட்டி, $AC : CB$ ஐக் காண்க.

இப்போது OC மீது புள்ளி D ஆனது, AD இற்கு OD செங்குத்தாக இருக்கத்தக்கதாக, உள்ளதெனக் கொள்வோம். D இன் தானக் காவி $\dfrac{2}{5}(4\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ எனக் காட்டுக.

(b) Oxy-தளத்தில் உள்ள ஒரு விசைத் தொகுதி முறையே $A \equiv (2a, 0)$, $B \equiv (0, 2a)$, $C \equiv (-2a, 0)$, $D \equiv (0, -2a)$ என்னும் புள்ளிகளில் தாக்கும் $2P\mathbf{i} + 4P\mathbf{j}$, $3P\mathbf{i} - P\mathbf{j}$, $-5P\mathbf{i} + 2P\mathbf{j}$, $2P\mathbf{i} - 3P\mathbf{j}$ என்னும் நான்கு விசைகளைக் கொண்டுள்ளது; இங்கு P, a ஆகியன நேர் மாறிலிகளாதர். இவ்விரைத் தொகுதி ஒரு தனி விளைபுநர் விசைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனக் காட்டி, அதன் பருமன், திசை, தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.

இப்போது, E, F, G, H ஆகியன முறையே AB, BC, CD, DA ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகளெனக் கொள்வோம். முறையே $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GH}$ ஆகியவற்றின் வழியே தாக்கும் $\sqrt{2}\,aP$, βP, γP என்னும் பருமன்களை உடைய மூன்று விசைகள் மேற்குறித்த விசைத் தொகுதியுடன், ஏழு விசைகளைக் கொண்ட புதிய தொகுதி இடக்சுழிப் போக்கில் தாக்கும் திருப்பம் $8Pa$ ஐ உடைய ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளதாக இருக்கத்தக்கதாக, சேர்க்கப்படுகின்றன. α, β, γ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

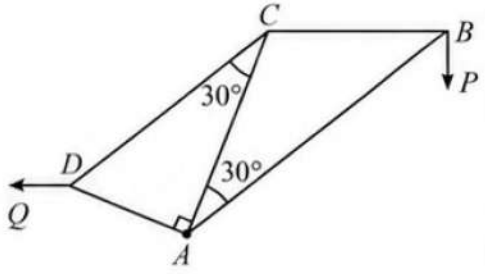
15.(a) சம நீளம் $2a$ ஐயும் சம நிறை W ஐயும் உடைய AB, BC, CD என்னும் மூன்று சீரான கோல்கள் B, C ஆகிய முனைய புள்ளிகளில் ஒப்பமாக முட்டப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது, ஓர் இலேசான நிட்ட முடியாத இழையின் ஒரு நுனி BC மீது உள்ள ஒரு புள்ளி E உடனும் இழையின் மற்றைய நுனி E இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே ஒரு சீலிங் மீது உள்ள புள்ளியுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, மூன்று கோல்களும் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில், இழை இறுக்கமாகவும் கோல் BC கிடையாகவும் AB, CD ஆகிய கோல்கள் நிலைக்குத்துடன் முறையே $30°$, $60°$ கோணங்களை ஆக்குனைகாகவும் இருக்கத்தக்கதாக, D இற் பிரயோகித்த பருமன் X ஐ உடைய ஒரு கிடை விசையினால் நாப்பத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன.



(i) $X = \dfrac{\sqrt{3}}{2}W$, (ii) $T = 4W$, (iii) $BE = \dfrac{3}{4}a$ எனக் காட்டுக.

(b) உருவிற் காட்டப்பட்டுன்ன சட்டப்படல் முனைகளில் ஒப்பமாக் முடப்பட்ட AB, BC, AC, AD, CD என்னும் ஐந்து இலேசான கோல்களைக். கொண்டுள்ளது. $AC = BC = 2a$, $B\hat{A}C = A\hat{C}D = 30°$, $C\hat{A}D = 90°$ தை தாப்பட் ள்ளது.

ஒரு எமை P N ஆனது முட்டு B ஐம் முனைகவியபட ளௌது சட்டப்படல் A இல் ஒரு நிலைதக புள்ளிபில் ஓட்யமாகப் பிணைக்கப்பட்டு, BC கிடையாக இருக்க ஒரு நிவைச்குத்துத் தனத்தில், அதற்கு உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவறம் முட்டு D இற் பிரயோகிக்கப்படும் பருமன் Q N ஐ உடைய ஒரு கிடை விசையினால், நாப்பத்தில் வைக்கப்படுகின்றது.

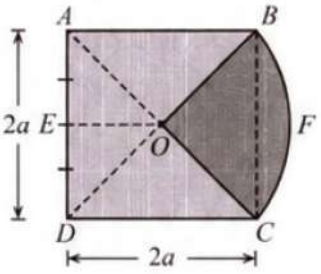


கோல் BC இன் தகைப்பு பருமன் $10\sqrt{3}$ N ஐ உடைய ஓர் இழுவையெனின், போவின் குறிப்பிட்டைப் பயன்படுத்தி B, C, D ஆகிய முட்டுகளுக்காக ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைக.

இதிலிருந்து, $P = 10$ எனவும் $Q = 30\sqrt{3}$ எனவும் காட்டி, AB, AC, AD, DC ஆகிய கோல்களில் உள்ள தகைப்புகள் இழுவைகனா, உதைப்புக்ளா எனக் குறிப்பிட்டு அவற்றைக் காண்க.

16. (i) $PQ = PR$ ஆகவும் P இனூடாக உள்ள இடையத்தின் நீளம் h ஆகவும் உள்ள ஒரு சீரான இருசமபக்க முக்கோணி அடர் PQR இன் திணிவு மையம் P இலிருந்து $\frac{2h}{3}$ தூரத்தில்,

(ii) ஆரை a ஐ உடையதும் மையத்தில் $2a$ ஆனரயன் கோணத்தை எதிரமைப்பதுமான வட்ட ஆனரச்சிறை வடிவமுள்ள ஒரு சீரான அடரின் திணிவு மையம் அதன் மையத்திலிருந்து $\frac{2a}{3} \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha}$ தூரத்தில் இருக்கிறதெனக் காட்டுக.



உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள அடர் L ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $2a$, மையம் O, பரப்பு அடர்த்தி ρ ஆகவுள்ள சீரான சதுர அடர் $ABCD$ இலிருந்து முக்கோணிப் பகுதி BOC ஐ முதலில் அகற்றி, அதன் பின்னர மையம் O ஐயும் பரப்பு அடர்த்தி $\lambda\rho$ ஐயும் உடைய ஒரு வட்ட ஆனரச்சிறை வடிவமுள்ள சீரான அடர் $OBFC$ ஐ விறைப்பாக இணைத்து அமைக்கப்படுகின்றது.

அடர் L இன் திணிவு மையமானது E இலிருந்து தூரம் $\frac{14+\lambda(8+3\pi)}{3(6+4\pi)}a$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக; இங்கு E ஆனது AD இன் நடுப்புள்ளியாகும்.

அடர் L இன் திணிவு மையம் O இல் உள்ளதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. அதன் திணிவு M ஆனது $M = \frac{(12+\pi)}{4}a^2\rho$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இப்பொது திணிவு M ஐயும் O இல் திணிவு மையத்தையும் உடைய அடர் L ஆனது, அதனுடன் புள்ளி E இல் திணிவு $\frac{M}{2}$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு, புள்ளி A இலிருந்து ஒர் இழைபினாற் சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. நாப்பத் தானத்தில் AD ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

17. (*a*) ஒரு கோடாத நாணயம் முன்று தடவை மேலே எறியப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு மேன்முக எறிகையிலும் பின்வருமாறு ஒரு பெட்டியிலுள்ளே பந்துகள் இடப்படுகின்றன:

- ஒரு தலை கிடைத்தால், இரு கறுப்புப் பந்துகள் அதனுள்ளே இடப்படுகின்றன.
- ஒரு பெறுமானம் கிடைத்தால், ஒரு வெள்ளைப் பந்து அதனுள்ளே இடப்படுகின்றது.

தொடக்கத்தில் பெட்டி வெறுமையாக உள்ளது. பந்துகள் அவற்றின் நிறங்களைத் தவிர ஏனைய எல்லா அம்சங்களிலும் சர்வசமாக உள்ளன. நாணயத்தை முன்று தடவை மேலே எறிந்த பின்னர், பெட்டியிலிருந்து ஒரு பந்து எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது.

(i) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து ஒரு கறுப்புப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து கறுப்புப் பந்தெனத் தரப்பட்டிருக்கும்போது நாணயம் முன்று தடவை மேலே எறியப்பட்ட பின்னர் பெட்டியில் 4 கறுப்புப் பந்துகளும் 1 வெள்ளைப் பந்தும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(*b*) 100 நாட்களுக்காக ஒரு நகரின் °C இலான தினசரிச் சராசரி வெப்பநிலை x பின்வரும் மீடிறன் பரம்பலிந் காட்டப்பட்டுள்ளது:

தினசரிச் சராசரி வெப்பநிலை °C இல் x	நாட்களின் எண்ணிக்கை
$-2-0$	8
$0-2$	13
$2-4$	25
$4-6$	34
$6-8$	15
$8-10$	5

இம்மீடிறன் பரம்பலின் இடைப்பட் அதராம், திமை, மாற்ற்நிறன் ஆகிவற்றைக் காண்க.

உருமாற்றம் $y = 12 + x$ ஒரு பயள்படுத்து, இத்தினசரிரி சராசரி வெப்பநிலைகள் ஒரு புதிய மீடிறன் பரம்பலாக உரு மாற்றப்படுகின்றன. அவ்வுருமாற்றிய மீடிறன் பரம்பலின் இடையையும் மாற்ற்நிறனையும் காண்க.

* * *